



ESCOLA SECUNDÁRIA DA CIDADELA
MATEMÁTICA

Ficha de Trabalho

Abril 2009

Esta ficha destina-se a ser resolvida pelos meus alunos no período em que estiverem sem professor substituto. Os conteúdos da mesma foram os leccionados até ao final do 2º Período.

Para cada uma das questões de escolha múltipla selecciona a resposta correcta e assinala-a na tua folha de teste. Nas questões abertas apresenta toda a tua resolução, justificando os procedimentos e conclusões.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios utiliza 4 casas decimais .

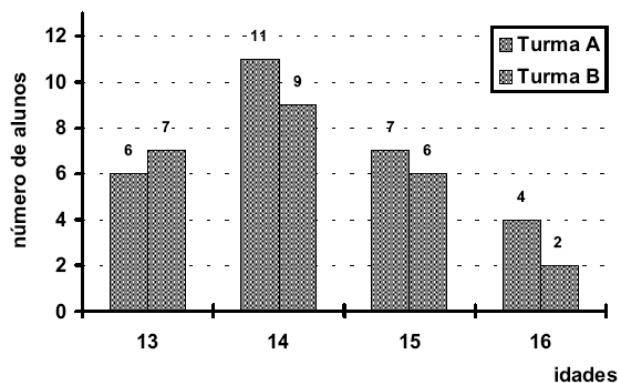
1. O gráfico ao lado diz respeito às idades dos alunos de duas turmas do 9.º ano.

a) A média das idades dos alunos da turma A é:

- [A] 14,13 (2 c. d.).
- [B] 14,23 (2 c. d.).
- [C] 14,32 (2 c. d.).
- [D] 14,50 (2 c. d.).

b) A idade tal que, escolhendo um aluno ao acaso em cada uma das turmas, a probabilidade de ele ter essa idade seja a mesma nas duas turmas é:

- [A] 13.
- [B] 14.
- [C] 15.
- [D] 16.



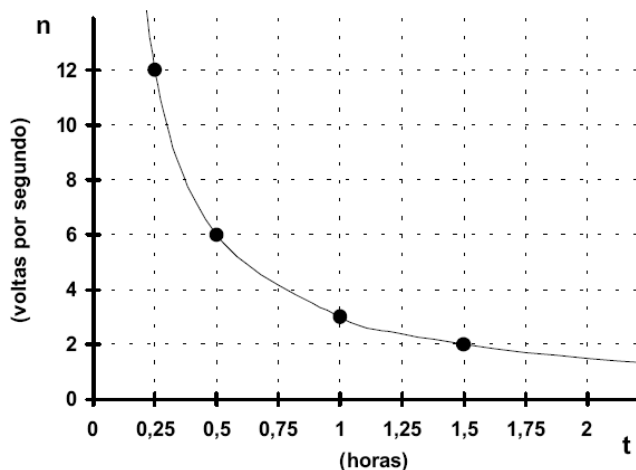
2. O gráfico ao lado representa a relação entre a média do número de voltas por segundo (n) dadas pelas rodas da bicicleta do Pedro e o tempo (t) gasto para efectuar o percurso entre duas localidades.

a) Identifica, justificando, o tipo de proporcionalidade existente entre as grandezas representadas no gráfico. Escreve uma relação matemática entre as variáveis n e t .

b) O Pedro efectuou o percurso considerado em 40 minutos, utilizando a sua bicicleta com rodas de 25 cm de raio.

Determina:

- a média do número de voltas por segundo que deram as rodas da sua bicicleta.
- a distância (aproximada ao Km) entre essas duas localidades.



3. Relativamente à função $g: x \rightarrow y = x + 1$,

- [A] o gráfico de g é uma recta que intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada 1.
- [B] o gráfico de g contém os pontos $(-3, -4)$ e $(-1, -2)$.
- [C] se x representa um número ímpar, então y representa o número ímpar consecutivo.
- [D] g traduz uma situação de proporcionalidade directa.

4. Considera o conjunto e a equação seguintes:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : x - \frac{x-2}{2} > 1 - 3 \cdot \left(\frac{1}{3} - x \right) \right\} \quad ; \quad 2x - x^2 = -3.$$

- a) Representa o conjunto A na forma de intervalo de números reais.
- b) Resolve a equação.

5.

A representação do conjunto $A = \left\{ x \in \mathbb{R} : 2 - \frac{x+1}{3} \leq 0 \right\}$ na forma de intervalo de números reais é:

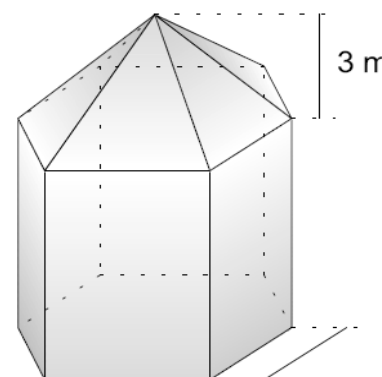
- [A] $]-\infty, 5]$.
- [B] $]-\infty, 7]$.
- [C] $[5, +\infty[$.
- [D] $[7, +\infty[$.

6.

O telhado de uma torre tem a forma de uma pirâmide hexagonal regular de 3 m de altura e 4 m de aresta da base (observa a figura ao lado).

NOTA: São consideradas desprezáveis as espessuras.

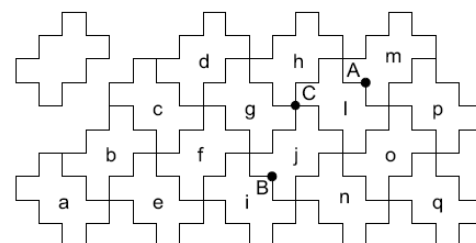
- a) Mostra que a área da base da torre é $24\sqrt{3}$ m².
- b) Utilizando valores aproximados de $\sqrt{3}$ a menos de 10^{-2} , enquadra o volume disponível sob o telhado.



7. Um plano foi pavimentado com motivos sobreponíveis, idênticos ao da figura da esquerda. A figura da direita representa uma parte dessa pavimentação.

Para completar as frases seguintes (pela ordem indicada), de forma a obter proposições verdadeiras, a resposta correcta é:

- [A] f, l, o.
- [B] e, o, g.
- [C] f, o, g.
- [D] f, g, o.



O transformado do motivo h pela translação associada ao vector \vec{AB} é o motivo ____.

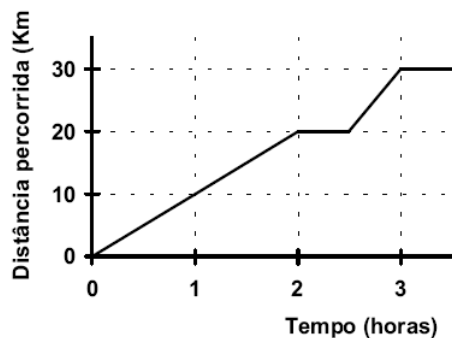
O transformado do motivo h pela rotação de centro C e amplitude $+90^\circ$ é o motivo ____.

O transformado do motivo h pela simetria axial de eixo AB é o motivo ____.

8. A velocidade média entre $t = 0$ e $t = 3$ horas é:

- [A] 6 Km/h.
[C] 25 Km/h.

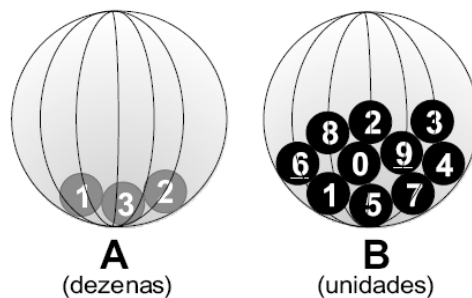
- [B] 10 Km/h.
[D] 30 Km/h.



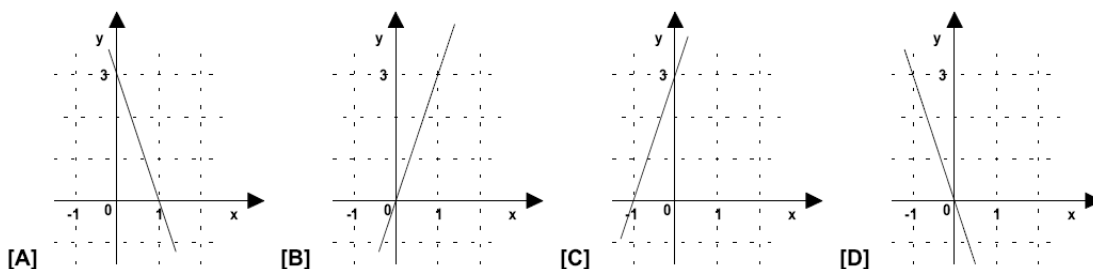
9. Num sorteio são utilizadas as duas esferas A e B. Da esfera A sai o algarismo das dezenas e da B o das unidades do número premiado.

A probabilidade de ser premiado um número menor que 20 é:

- [A] 30%.
[C] $\frac{1}{3}$.
- [B] $\frac{19}{39}$.
[D] 50%.



10. O gráfico que traduz uma situação de proporcionalidade directa de razão 3 é:



11. Na circunferência de centro O da figura ao lado tem-se que:

- TP é tangente à circunferência em T;
- As cordas [RQ] e [ST] são paralelas;
- [RT] é um diâmetro;
- $RQ = \frac{4}{5} \cdot QT$.

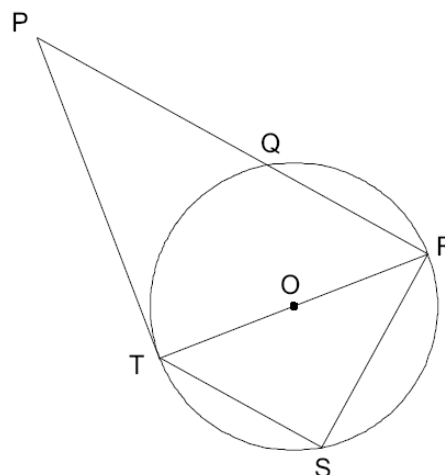
a) Escrevendo e resolvendo um sistema de duas equações a duas incógnitas de acordo com as condições da figura, mostra que $RQ = 80^\circ$ e $QT = 100^\circ$.

b) Classifica o triângulo [PRT] quanto aos ângulos. Justifica.

c) Determina \hat{RPT} . Justifica os teus cálculos.

d) Justifica a seguinte afirmação:

“Os triângulos [RST] e [PRT] são semelhantes.”



RECORDA: Para que dois triângulos sejam semelhantes basta que dois dos ângulos correspondentes sejam iguais.

12. Considera o conjunto e a equação seguintes:

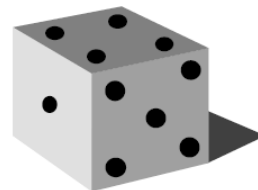
$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{5} - \frac{1}{2}(x-3) < 3 \right\} \quad ; \quad (x-7)^2 - 2(x-7) = 0.$$

- a) Representa o conjunto A na forma de intervalo de números reais.
 b) Resolve a equação.

13. Considera a seguinte experiência aleatória:

“Lançar um dado numerado de 1 a 6” e os seguintes acontecimentos:

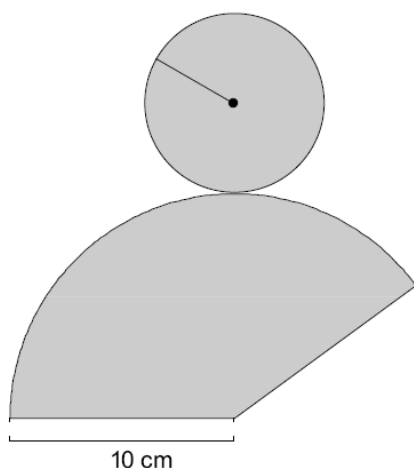
- (A) sair número ímpar
 (B) sair número quadrado perfeito



Representando por $P(A)$ a probabilidade do acontecimento A e por $P(B)$ a probabilidade do acontecimento B, qual das afirmações é verdadeira?

- [A] $P(A) < P(B)$. [B] $P(A) > P(B)$. [C] $P(A) = P(B)$. [D] $P(A) + P(B) = 1$.

- 14.



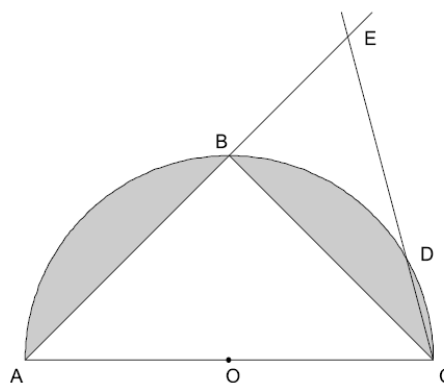
Na figura ao lado encontra-se representada a planificação de um cone de revolução.

- a) Determina o volume do cone.
 b) Mostra que área da superfície total do cone é $56\pi \text{ cm}^2$.
 Enquadra esta medida utilizando valores aproximados de π a menos de 10^{-5} .

15. Na semicircunferência de centro O da figura ao lado tem-se que:

- $AB = BC$;
- $BD = 2 \cdot DC$;
- [AC] é um diâmetro;
- $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$.

- a) Escrevendo e resolvendo um sistema de duas equações a duas incógnitas de acordo com as condições da figura, mostra que $\widehat{BD} = 60^\circ$ e $\widehat{CD} = 30^\circ$.
 b) Classifica, justificando, o triângulo [ACD] quanto aos ângulos.
 c) Determina \widehat{AEC} .
 Justifica os teus cálculos.
 d) O triângulo [ABC] é isósceles. Justifica.
 e) Mostra que a área da superfície sombreada é $(8\pi - 16) \text{ cm}^2$.
 Utilizando valores aproximados de π a menos de 10^{-3} , enquadra o valor dessa área.



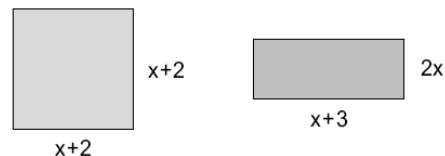
16. Resolve algebricamente as equações:

a) $-5(2+x)(3-x) = 0$;

b) $3x - 5x^2 = 0$.

17. Considera o quadrado e o rectângulo seguintes.

a) Mostra que a diferença entre as áreas do quadrado e do rectângulo é dada pela expressão $A = -x^2 - 2x + 4$.



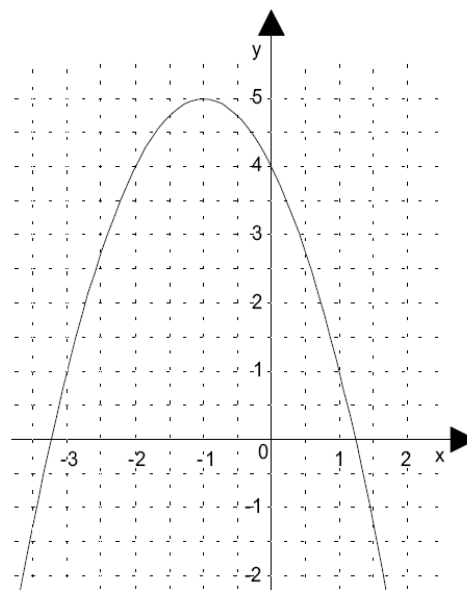
b) Na gráfico ao lado encontra-se representada a função

$$y = -x^2 - 2x + 4.$$

Determina graficamente as soluções da equação

$$-x^2 - 2x + 4 = 1.$$

Verifica se os valores que obtivestes são solução da equação.



c) Com base nos resultados obtidos nas alíneas anteriores e sabendo que a área do quadrado excede em 1 unidade de área a área do rectângulo, diz, justificando, qual é o valor de x que é solução do problema.

18. Dados os seguintes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{R}: 3x + x^2 = 0\} \quad ; \quad B = \{x \in \mathbb{R}: 9 - x^2 = 0\} \quad \text{e} \quad C = \{x \in \mathbb{R}: -2x - \frac{1-x}{2} > -5\}.$$

a) $A \cap B$ e $A \cup B$ são respectivamente:

- [A] $\{-3\}$ e $\{-3, 0, 3\}$. [B] $\{3\}$ e $\{-3, 0, 3\}$. [C] $\{-3, 0, 3\}$ e $\{-3\}$. [D] $\{-3, 0, 3\}$ e $\{3\}$.

b) O conjunto C escrito na forma de intervalo é:

- [A] $]-\infty, \frac{9}{5}[$. [B] $]3, +\infty[$. [C] $]\frac{9}{5}, +\infty[$. [D] $]-\infty, 3[$.

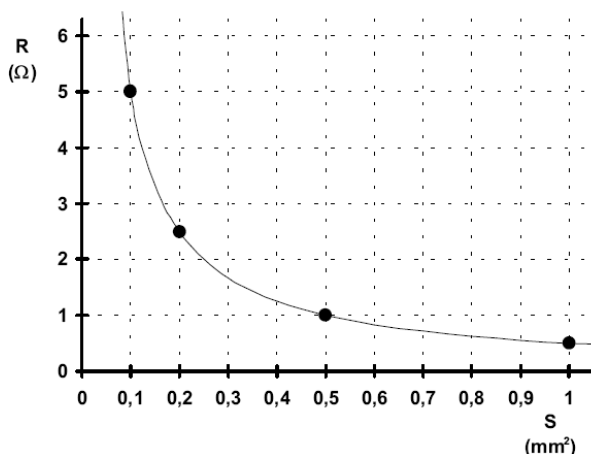
19. Sem utilizar a fórmula resolvente das equações do 2.º grau, resolve as seguintes equações:

- $(2x - 6)^2 = 16$;
- $y - 3y^2 = y(y - 1)$.

20. Sabe-se que a **resistência eléctrica (R)** de um fio condutor depende do material de que é feito, do seu comprimento e da temperatura.

Por isso, o Rodrigo para estudar a influência da área da sua **secção recta (S)** (a *grossura* do fio) comparou fios de diferentes secções (*grossuras*), mas feitos do mesmo material, com o mesmo comprimento e mantidos à mesma temperatura.

Feita a experiência e com os dados recolhidos, o Rodrigo elaborou o gráfico ao lado.



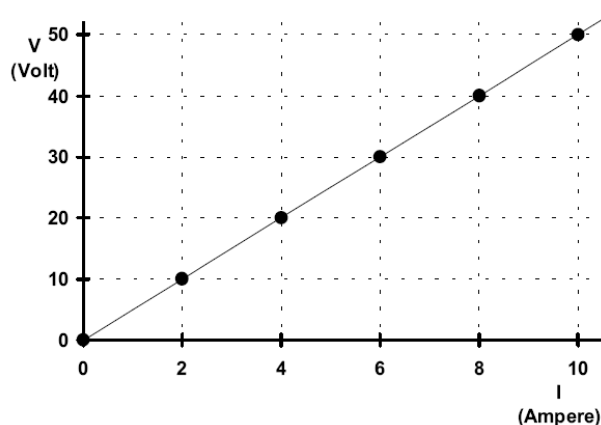
- a) Identifica, justificando, o tipo de proporcionalidade existente entre as grandezas representadas no gráfico. Escreve uma relação matemática entre as variáveis **R** e **S**.

- b) Tendo sido escolhido nas mesmas condições da experiência, determina a resistência eléctrica do condutor com uma secção recta de $4 \times 10^{-2} \text{ mm}^2$.

Depois desta experiência, o Rodrigo seleccionou um dos condutores e realizou uma nova experiência: o estudo da lei de Ohm.

Como sabes, a *resistência eléctrica de um condutor é uma grandeza física que se define como o quociente entre a diferença de potencial nas extremidades do condutor e a intensidade da corrente que o percorre:*

$$R = \frac{V}{I}$$



Com os dados agora recolhidos, o Rodrigo elaborou o gráfico ao lado.

- De acordo com este gráfico, que tipo de proporcionalidade existe entre as grandezas **V** e **I**? Justifica.
- Qual a secção do condutor que o Rodrigo escolheu? Explica o teu raciocínio.

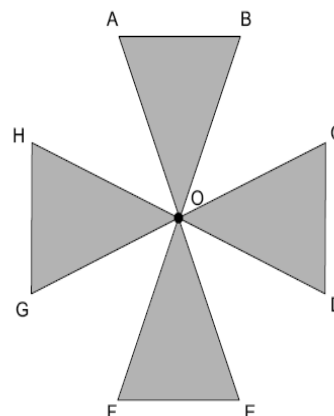
c)

21.

Observa a figura com atenção.

Condições da figura:

- Os pontos A, B, C, D, E, F, G e H são vértices de um octógono regular;
- O ponto O é o centro da circunferência que circunscreve o octógono;
- $\overline{AO} = 21 \text{ cm}$ e $\overline{AB} = 16 \text{ cm}$.



- a) Completa as frases seguintes de forma a obter proposições verdadeiras.

A imagem do triângulo [OCD] na $R(O, +270^\circ)$ é o triângulo _____.

A imagem de H dada pela simetria em relação ao eixo BF é _____.

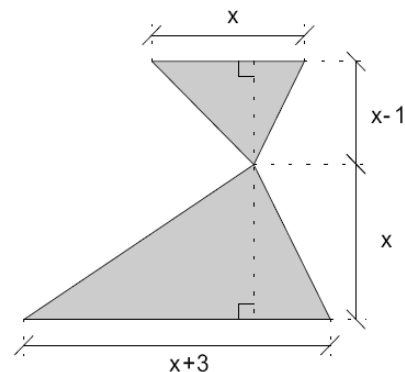
Um eixo de simetria da figura é _____.

Uma rotação que transforma [AOB] em [EOF] é _____.

- b) Considera a pirâmide de 9 cm de altura e que tem por base o octógono considerado.

- Mostra que o volume da pirâmide é $192\sqrt{377} \text{ cm}^3$.
- Utilizando valores aproximados de $\sqrt{377}$ a menos de 10^{-1} , enquadra o volume da pirâmide.

22. A figura ao lado é constituída por dois triângulos com um vértice comum. De acordo com os elementos da figura, mostra que a sua área é dada pela expressão $A = x(x + 1)$.



23. Numa mesa há livros de Português e livros de Matemática. A probabilidade de tirar ao acaso um livro de Português é $\frac{7}{13}$. Os livros de Matemática são 24.

- a) Critica a afirmação «O número de livros de Matemática é superior ao número de livros de Português».
b) Quantos são os livros de português? Apresenta o teu raciocínio.

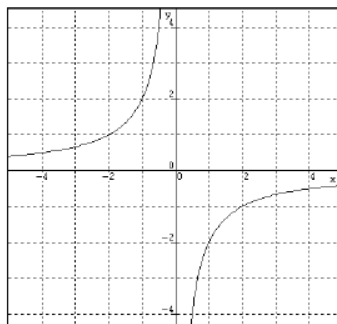
24. A expressão que liga as variáveis x e y representadas na tabela é:

x	5	2	10
y	10	25	5

- [A] $\frac{x}{y} = 50$;
[B] $y = 50x$;
[C] $xy = 50$;
[D] $\frac{y}{x} = 50$;

25. O gráfico ao lado representa uma proporcionalidade inversa de constante:

- [A] $1/2$;
[B] $-1/2$;
[C] 2 ;
[D] -2 ;



26. Foi pedido a um carpinteiro que fizesse uma mobília o mais rapidamente possível. Depois de pensar um pouco, ele elaborou uma tabela com três hipóteses.

Horas de trabalho por dia	Dias gastos na execução da obra
t	d
4	30
6	20
8	15

- a) Indica, justificando, se as grandezas t e d são ou não proporcionais. Em caso afirmativo, indica a constante de proporcionalidade e o seu significado na situação concreta.
b) Supondo que a relação entre as duas variáveis se mantinha para outros valores,
b1) determina quantos dias levaria o carpinteiro a completar a mobília se trabalhasse apenas 5 horas por dia;
b2) determina o tempo que deveria trabalhar diariamente para executar a obra em 25 dias.

27. Resolve o sistema
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{4}{3} \\ x - \frac{y+1}{2} = -1 \end{cases}.$$

28.

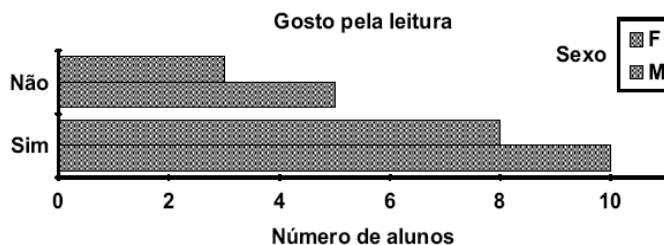
Numa turma, depois de um inquérito feito aos alunos elaborou-se o seguinte gráfico:

a) Determina o número de alunos da escola, sabendo que as raparigas dessa turma representam 4% do total de alunos da escola.

b) Escolhendo um aluno dessa turma ao acaso, determina a probabilidade de

b1) ser uma rapariga e gostar de ler;

b2) ser um rapaz.



29. O Pedro tinha mais 13 discos que a sua irmã Marta. Na mudança da casa, uma caixa caiu das escadas e partiram-se 17 discos do Pedro e 10 da Marta. No final, o Pedro ficou com o dobro de discos que tem a irmã. Quantos tinham antes do "desastre"?

30. Num saco existem apenas bolas brancas e bolas pretas. O triplo do número de bolas pretas mais o dobro do número de bolas brancas é 13. Metade das brancas é igual a $\frac{1}{3}$ das pretas.

a) Escreve e resolve um sistema de duas equações a duas incógnitas, por forma a determinar quantas são as bolas brancas e as bolas pretas.

b) Considera que o saco contém 2 bolas brancas (2B) e 3 bolas pretas (3P). Determina a probabilidade de cada um dos seguintes acontecimentos:

b1) Extraída uma bola, ao acaso, ela ser branca;

b2) Extraídas duas bolas em simultâneo, ao acaso, elas serem brancas. Indica o processo de contagem dos casos possíveis e favoráveis.

31. Considera o polígono estrelado da figura ao lado, que satisfaz as seguintes condições:

- [AD] e [CE] são diâmetros da circunferência de centro O;

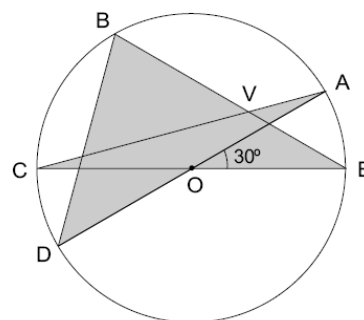
- $\widehat{AOE} = 30^\circ$;

- $AB = \frac{3}{2} \cdot BC$

a) Escreve e resolve um sistema de duas equações a duas incógnitas, por forma a determinar as amplitudes dos arcos AB e BC.

b) Expondo o teu raciocínio, determina a amplitude do ângulo AVB.

NOTA: Caso não tenhas concluído a alínea anterior, considera $AB = 100^\circ$ e $BC = 50^\circ$.



32.

Considera a seguinte condição:
$$\frac{1-x}{3} - \frac{5(6-x)}{12} > x - \frac{1}{4}.$$

a) Resolve a condição e indica o seu conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

b) Qual é o menor número inteiro que não satisfaz a condição?