



GABINETE
DE AVALIAÇÃO
EDUCACIONAL



Provas de Aferição
2.º Ciclo - Matemática

RELATÓRIO

2010

ÍNDICE

PROVA DE AFERIÇÃO DE MATEMÁTICA – 2.º CICLO

1. Apresentação da Prova.....	2
2. Resultados Nacionais Globais.....	4
3. Resultados Nacionais por Área Temática.....	5
4. Resultados Nacionais por Item.....	7
5. Análise de Resultados dos Itens por Área Temática.....	10
5.1. Números e Cálculo.....	10
5.2. Geometria.....	20
5.3. Estatística e Probabilidades.....	29
5.4. Álgebra e Funções.....	38
6. Conclusão.....	40
Referências Bibliográficas	41
Anexo – Descritores dos Itens da Prova.....	42

1. APRESENTAÇÃO DA PROVA

A Prova de Aferição de Matemática do 2.º ciclo do Ensino Básico, enquanto instrumento de aferição, tem por referência os aspectos da competência matemática apresentados no Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais e nos programas de Matemática em vigor.

A prova tem por base duas dimensões: as áreas temáticas e os aspectos da competência matemática. Os aspectos da competência matemática avaliados na prova são: o conhecimento e a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos, e as capacidades de resolver problemas, de raciocinar matematicamente e de comunicar matematicamente. Os alunos mostram os seus conhecimentos nestes aspectos respondendo a itens das áreas temáticas de Números e Cálculo, Geometria, Estatística e Probabilidades, e Álgebra e Funções.

Cada item é construído para avaliar, preferencialmente, uma das quatro áreas temáticas e um dos aspectos da competência matemática. Contudo, alguns itens abarcam conhecimentos de várias áreas temáticas e vários aspectos da competência matemática. No quadro seguinte explicitam-se algumas das capacidades específicas dos aspectos da competência matemática que se pretendem avaliar.

Quadro n.º 1 – Aspectos da Competência Matemática

ASPECTOS DA COMPETÊNCIA	CAPACIDADES A AVALIAR
CONHECIMENTO E COMPREENSÃO DE CONCEITOS E PROCEDIMENTOS MATEMÁTICOS	- Conhecimento de factos, conceitos e procedimentos matemáticos e sua aplicação a situações simples ou rotineiras.
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	<i>Resolver problemas em contextos matemáticos e em outros contextos</i> - Matematizar uma dada situação. - Aplicar e adaptar uma diversidade de estratégias adequadas à resolução de uma situação. - Interpretar e criticar resultados dentro do contexto de uma situação.
RACIOCÍNIO MATEMÁTICO	- Acompanhar e avaliar cadeias de argumentos matemáticos. - Formular, investigar e validar conjecturas matemáticas. - Formular argumentos matemáticos válidos para justificar opiniões. - Utilizar diversos tipos de raciocínio e métodos de demonstração.
COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA	- Interpretar e utilizar representações matemáticas e «textos» matemáticos. - Comunicar o pensamento matemático ou a estratégia de resolução de um problema de forma coerente e clara, utilizando a linguagem matemática.

A prova é constituída por 29 itens distribuídos por duas partes idênticas, em número e tipo de itens (itens de escolha múltipla, de resposta curta, de completamento e de resposta aberta).

As percentagens indicadas no quadro seguinte dizem respeito ao número de itens de cada aspecto da competência matemática relativamente ao número total de itens da prova.

Quadro n.º 2 – Percentagem de Itens, por aspecto da competência Matemática

Aspectos da competência matemática	Percentagem de itens (matriz conceptual)	Percentagem de itens (matriz da prova de 2010)
Conhecimento e compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos	45% a 55%	52%
Resolução de problemas	15% a 30%	17%
Raciocínio matemático	15% a 30%	24%
Comunicação matemática	5% a 10%	7%

As percentagens indicadas no quadro seguinte dizem respeito ao número de itens de cada área temática relativamente ao número total de itens da prova.

Quadro n.º 3 – Percentagem de itens, por Área

Áreas temáticas	Percentagem de itens (matriz conceptual)	Percentagem de itens (matriz da prova de 2010)
Números e Cálculo	35% a 45%	38%
Geometria	35% a 45%	41%
Estatística e Probabilidades	10% a 15%	14%
Álgebra e Funções	5% a 10%	7%

2. RESULTADOS NACIONAIS GLOBAIS

A prova foi realizada por 115 501 alunos do 6.º ano de escolaridade, envolvendo todas as escolas públicas e privadas.

A classificação final dos alunos na prova de aferição foi feita com base nos seus níveis de desempenho, medidos em pontos percentuais: foram atribuídas pontuações aos códigos dos itens e a soma dos pontos de cada aluno foi convertida em percentagem da pontuação máxima possível.

O Quadro n.º 4 apresenta a distribuição dos alunos pelos cinco níveis de classificação adoptados para descrever o seu desempenho. Cada nível corresponde a um dos cinco intervalos em que foi dividida a escala de pontos percentuais, com a seguinte designação: **A** – Muito Bom; **B** – Bom; **C** – Satisfaz; **D** – Não Satisfaz; **E** – Não Satisfaz.

A leitura do quadro permite verificar que quase metade dos alunos (47,7%) obtém nível **C** e mais de 29% obtém níveis **A** ou **B**. O valor percentual da média nacional foi de 61,7% com um desvio padrão de 20,0%.

Quadro n.º 4 – Classificação final, por níveis

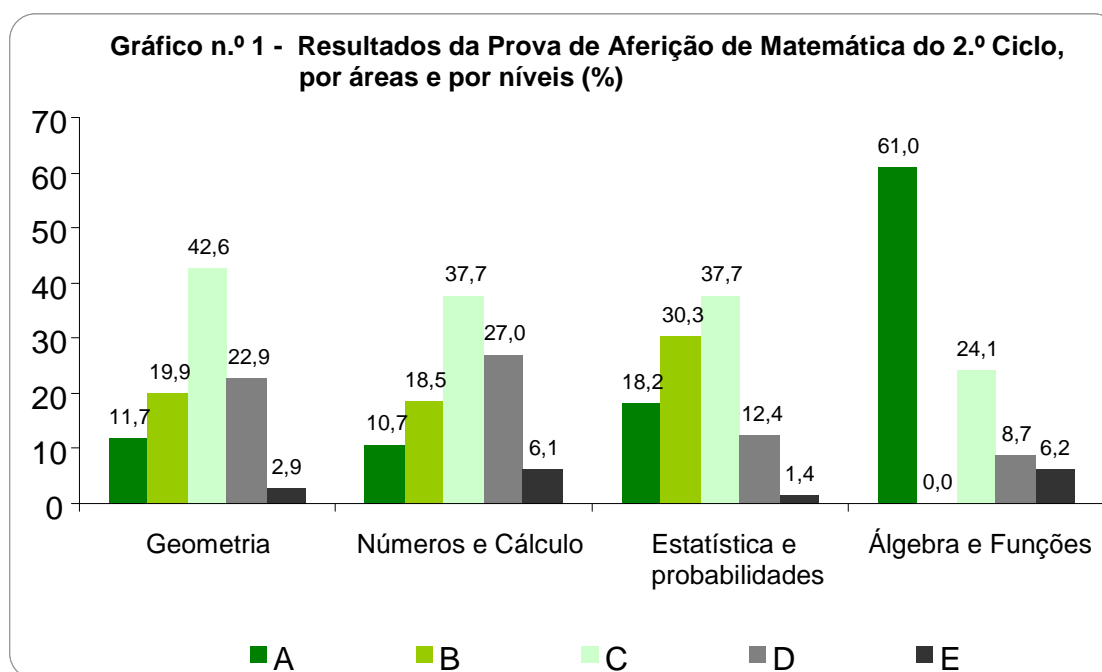
Nível	N.º de alunos	%
A	9804	8,5
B	24056	20,8
C	55114	47,7
D	25042	21,7
E	1485	1,3
Total	115501	100,0
	<i>Média</i>	61,7
	<i>Desvio padrão</i>	20,0

Fonte: GAVE - Provas de Aferição 2010

3. RESULTADOS NACIONAIS POR ÁREA TEMÁTICA

Em 2010, pela primeira vez, foram divulgados, para além dos níveis globais de desempenho, por aluno, os níveis de desempenho por área temática. Estes devem ser entendidos como uma menção, válida em si mesma, que pode ilustrar o grau de aquisição das aprendizagens em cada um dos aspectos considerados.

A Gráfico n.º 1 mostra a distribuição dos alunos pelos cinco níveis de desempenho tendo em conta as quatro áreas temáticas da Matemática. Verifica-se um predomínio do nível C em todas as áreas, com excepção da área de Álgebra e Funções, na qual mais de 70% dos alunos se situa no nível A.



Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2010

O Quadro n.º 5 permite fazer uma leitura do desempenho global dos alunos, em cada área temática, através da percentagem de itens com **respostas totalmente correctas**.

Apesar da disparidade entre o número de itens das quatro áreas temáticas (ver Quadro n.º 3), a partir das percentagens apresentadas no quadro é possível concluir que:

- a área temática onde os alunos apresentam melhor desempenho é Álgebra e Funções, na medida em que 59,3% dos alunos responde correctamente aos dois itens desta área;

- mais de 80% dos alunos responde correctamente pelo menos a dois dos quatro itens da área de Estatística e Probabilidades;
- cerca de 49% dos alunos responde correctamente pelo menos a seis dos onze itens da área de Números e Cálculo, embora apenas 3% tenha respondido correctamente a todos os itens desta área;
- cerca de 69% dos alunos responde correctamente pelo menos a seis dos doze itens da área de Geometria, embora apenas 4,2% tenha respondido correctamente a todos os itens desta área.

Quadro n.º 5 – Percentagem de respostas totalmente correctas, por Área Temática¹

NÚMERO DE RESPOSTAS CORRECTAS	Área Temática							
	Geometria		Números e Cálculo		Estatística e Probabil.		Álgebra e Funções	
	(%)	(% acum.)	(%)	(% acum.)	(%)	(% acum.)	(%)	(% acum.)
0	0,2	0,2	0,9	0,9	1,5	1,5	10,8	10,8
1	0,9	1,1	4,3	5,2	16,6	18,1	29,9	40,7
2	2,9	4,0	9,0	14,2	34,9	53,0	59,3	100,0
3	6,1	10,1	11,8	26,0	33,4	86,4	---	---
4	9,5	19,6	12,7	38,7	13,6	100,0	---	---
5	11,9	31,5	12,0	50,7	---	---	---	---
6	12,9	44,4	11,2	61,9	---	---	---	---
7	12,5	56,9	10,2	72,1	---	---	---	---
8	11,5	68,4	9,5	81,6	---	---	---	---
9	10,5	78,9	8,6	90,2	---	---	---	---
10	9,2	88,1	6,8	97,0	---	---	---	---
11	7,7	95,8	3,0	100,0	---	---	---	---
12	4,2	100,0	---	---	---	---	---	---
Média (%)	58,4		51,0		60,2		74,2	

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2010

Quando as respostas aos itens são tratadas como *politómicas*, ou seja, tendo em conta não só as **respostas totalmente correctas** mas **também as parcialmente correctas** (Quadro n.º 6), as médias sofrem, naturalmente, um aumento.

¹ O resultado médio de cada área temática na Prova de Aferição de Matemática do 2.º Ciclo, (Quadro n.º 5), é a referência nacional para a comparação dos resultados de cada Agrupamento de Escolas ou Escola, apresentados nos relatórios estatísticos.

Quadro n.º 6 – Percentagem média de respostas totalmente e parcialmente correctas

Áreas temáticas	Respostas correctas e parcialmente correctas (%)
GEOMETRIA E MEDIDA	60,7
NÚMEROS E CÁLCULO	57,3
ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES	67,4
ÁLGEBRA E FUNÇÕES	79,8

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2010

4. RESULTADOS NACIONAIS POR ITEM

As respostas dos alunos foram codificadas através de códigos que correspondem a níveis diferenciados de desempenho. A codificação das diversas respostas aos itens é variada, de acordo com o formato do item e com o tipo de desempenho previsto. Alguns itens têm códigos com dois dígitos. O primeiro dígito corresponde ao nível de desempenho da resposta do aluno. O segundo dígito usa-se para codificar diferentes tipos de respostas.

O Quadro n.º 7 mostra as percentagens de respostas por código, para cada item. Para uma leitura mais aprofundada do desempenho dos alunos, sugere-se que a leitura dos resultados apresentados no quadro seja completada com uma análise do que se pretende avaliar com cada item (ver Anexo) e do significado dos respectivos códigos.

A leitura do Quadro n.º 7 permite tirar algumas conclusões genéricas:

- a percentagem de alunos que não responde (código X) é relativamente baixa em todos os itens. Os itens que apresentam percentagens de “não resposta” mais elevadas são: o item 22, comunicação de Geometria, com 12,4% e os itens 9 e 20, problemas de Geometria, com 9,2% e 8,2%, respectivamente;
- os dois itens em que os alunos obtiveram melhor desempenho, com uma percentagem de respostas codificadas com código máximo superior a 90%, são os itens 6.1 e 25. Estes itens avaliam o conhecimento e a compreensão de conceitos e procedimentos nas áreas de Estatística e Probabilidades e de Números e Cálculo, respectivamente;

- a percentagem de alunos que apresentam respostas consideradas totalmente incorrectas (códigos 0, 00, 01, 02 e 03) é muito diversificada, desde valores inferiores a 10%, nos itens 6.1, 12, 24 e 25, até valores superiores a 50%, nos itens 10 e 22;
- os itens 9 e 14, problemas de Geometria e de Números e Cálculo, respectivamente, são os itens em que os alunos apresentam percentagens mais baixas de respostas classificadas com código máximo (21,7% e 15,1%, respectivamente);
- importa ainda observar o modo como se distribuem as respostas dos alunos pelas opções incorrectas nos itens de escolha múltipla. Nos itens 4.2, 7, 8 e 13 destaca-se a escolha de uma opção de resposta incorrecta em particular, enquanto nos itens 1, 21 e 25 as respostas distribuem-se de modo relativamente equilibrado por todas as opções incorrectas.

Quadro n.º 7 – Resultados Nacionais por Item

Código	Itens																													
	1	2	3	4.1	4.2	5	6.1	6.2	6.3	6.4	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X	0,1	2,8	2,9	0,3	0,1	2,8	0,1	4,8	4,8	4,1	0,2	0,2	9,2	4,2	4,5	1,8	0,3	4,9	5,3	0,7	4,9	0,3	3,8	8,2	0,3	12,4	3,2	2,2	0,3	
00/0	0,2	42,9	28,5	30,7	0,4	16,2	3,4	19,8	36,6	18,4	0,2	0,4	33,1	53,5	46,0	8,4	0,2	32,4	25,6	0,2	43,4	22,4	34,5	19,8	0,4	51,9	45,4	8,7	0,4	
01	13,7	0,8	---	---	2,5	---	---	---	---	---	25,9	2,7	---	---	---	---	2,2	---	---	10,6	---	---	---	---	6,6	---	---	---	1,9	
02	10,6	---	---	---	28,3	---	---	---	---	---	12,3	7,5	---	---	---	---	8,3	---	---	15,6	---	---	---	---	6,6	---	---	---	2,9	
03	14,4	---	---	---	0,7	---	---	---	---	---	4,7	17,7	---	---	---	---	25,3	---	---	7,0	---	---	---	---	4,6	---	---	---	3,0	
11	61,0	1,1	---	---	68,0	0,3	---	---	---	2,0	56,7	71,5	0,2	---	2,3	18,0	63,7	1,9	---	65,9	10,4	---	2,2	8,3	81,5	---	---	3,7	91,5	
12	---	52,4	---	---	---	10,8	---	---	---	35,0	---	---	18,4	---	9,2	2,4	---	27,8	---	---	8,8	---	14,1	2,8	---	---	---	6,4	---	
13	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	14,3	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	
1	---	---	68,6	69,0	---	---	96,5	17,9	58,6	---	---	---	---	42,3	---	---	---	---	4,9	---	---	77,3	---	---	---	8,6	51,4	---	---	
21	---	---	---	---	---	11,3	---	---	---	12,1	---	---	3,1	---	3,9	69,4	---	5,1	---	---	32,5	---	2,2	3,6	---	---	---	79,0	---	
22	---	---	---	---	---	6,7	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	12,8	---	---	---	---	2,2	3,8	---	---	---	---	---	
23	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	41,0	---	---	---	---	---	---	
2	---	---	---	---	---	---	---	57,5	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	64,2	---	---	---	---	---	---	27,1	---	---	---
31	---	---	---	---	---	5,8	---	---	---	28,4	---	---	21,7	---	2,3	---	---	---	15,1	---	---	---	---	---	53,5	---	---	---	---	
32	---	---	---	---	---	46,1	---	---	---	---	---	---	---	---	31,8	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2010

5. ANÁLISE DE RESULTADOS DOS ITENS POR ÁREA TEMÁTICA

Neste capítulo, apresenta-se uma análise mais pormenorizada dos resultados dos alunos em alguns itens da prova. A análise está agrupada por área temática e tem por objectivo explicitar os aspectos que se pretendem avaliar em cada um dos itens, bem como o desempenho global dos alunos nesses itens, mostrando, sempre que possível, erros e más concepções ou dificuldades que os padrões de resposta dos alunos permitem evidenciar.

5.1. Números e Cálculo

No quadro seguinte pode ver-se, relativamente, aos onze itens da área temática de Números e Cálculo, os aspectos da competência matemática que avaliam e uma descrição sumária de cada um. Os itens estão dispostos por ordem crescente da sua dificuldade.

Quadro n.º 8 – Itens por ordem crescente do Índice de Dificuldade – Números e Cálculo

Item	Aspecto da competência	Descrição sumária
25	Conceitos e procedimentos	Identificar uma representação gráfica de uma fracção.
3	Conceitos e procedimentos	Determinar o valor da base de uma potência de expoente 2, conhecido o seu valor (100).
5	Conceitos e procedimentos	Calcular o valor de uma expressão numérica envolvendo números racionais não negativos.
16	Raciocínio matemático	Identificar, num conjunto de números inteiros, aquele que é múltiplo de 12.
7	Raciocínio matemático	Aplicar o raciocínio proporcional para estimar uma altura.
2	Conceitos e procedimentos	Resolver uma situação envolvendo a fracção como operador.
23	Conceitos e procedimentos	Colocar parêntesis numa expressão para obter um dado valor.
19	Raciocínio matemático	Resolver uma situação envolvendo números fraccionários e unidades de medida de tempo.
17	Conceitos e procedimentos	Resolver uma situação envolvendo o cálculo de uma percentagem.
11	Resolução de problemas	Resolver um problema envolvendo o conceito de fracção como operador (número de chapéus-de-sol verdes).
14	Resolução de problemas	Resolver um problema envolvendo a procura da solução mais económica (entradas na piscina).

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2010

De um modo global, pode verificar-se que, nesta área temática, os alunos apresentam um nível de desempenho mais elevado nos itens que avaliam o conhecimento e a compreensão de conceitos e procedimentos do que nos itens que avaliam o raciocínio e a resolução de problemas, excepto no item 17, onde a percentagem de alunos que responde correctamente é inferior a 33%. A relativa facilidade do item 5, envolvendo o cálculo do valor de uma expressão numérica, continua a dever-se à percentagem de alunos que apresenta respostas parcialmente correctas, uma vez que apenas cerca de 46% dos alunos resolve a expressão correctamente.

No entanto, os itens em que os alunos apresentam um nível de desempenho mais baixo são os problemas 11 e 14, e o item 17, envolvendo o cálculo de uma percentagem. A resolução do problema apresentado no item 11 requer, dos alunos, o conhecimento do conceito de fracção como operador e a sua aplicação numa situação contextualizada, e ainda uma interpretação da solução encontrada.

11. Na piscina há 30 chapéus-de-sol: $\frac{1}{3}$ são azuis, $\frac{1}{5}$ são vermelhos e os restantes são verdes.

Quantos chapéus-de-sol são verdes?

As estratégias de resolução que os alunos adoptaram para resolver este problema podem dividir-se em dois grandes grupos: o grupo dos que usaram um procedimento (esquemas ou cálculos) que lhes permitiu identificar o número de chapéus de cada uma das cores, transformando o problema num problema com números inteiros; e o grupo dos que consideraram que os 30 chapéus formavam uma unidade e trabalharam com a unidade e as fracções relativas a cada cor, deixando para o final o cálculo do número de chapéus correspondente à fracção encontrada. Cerca de 32% das respostas dos alunos foi classificada com código máximo e 17% com códigos intermédios. Foram classificadas com código 00 cerca de 46% das respostas dos alunos. No sentido de procurar possíveis causas para o insucesso neste item, foram analisadas algumas respostas dos alunos.

Alguns alunos (resposta 1) utilizam uma estratégia adequada à resolução do problema, mas substituem a fracção um terço por um valor aproximado, não chegando à solução correcta do problema.

Resposta 1:

Mostra como chegaste à tua resposta.

Dado: 30 chapéus

$\frac{1}{3}$ azuis

$\frac{1}{5}$ verdes

restantes
verdes.

~~20~~ $0,3 \times 30 = 9$ azuis

$0,2 \times 30 = 6$ azuis

$30 - (9 + 6) =$

$= 30 - 15 =$

$= 15$

Resposta: Há 15 chapéus de sol verdes

Outros alunos adicionam as duas fracções e subtraem a fracção obtida ao número total de chapéus, revelando uma deficiente compreensão do conceito de fracção quando aplicado a uma unidade formada por vários elementos discretos. As respostas 2 e 3 exemplificam este tipo de resposta, em que, aos trinta chapéus-de-sol os alunos subtraem a soma de um terço de chapéu-de-sol com um quinto de chapéu-de-sol.

Resposta 2:

$30 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) =$

$= \frac{1}{30} \left(\frac{6}{15} + \frac{3}{15} \right) =$

$= \frac{1}{30} \frac{9}{15} =$

$= \frac{1}{30} \frac{16}{30} =$

$= \frac{15}{30} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{1}{2}$

Resposta: São $\frac{1}{2}$ de cor verde

Resposta 3:

30 - total de chapéus

azuis - $\frac{1}{3}$

vermelhos - $\frac{1}{5}$

verdes - ?

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{30}{1} - \frac{8}{15} = \frac{450}{15} - \frac{8}{15} = \frac{442}{15}$$

$$\frac{442}{15} = 29,4$$

Resposta: Existem 29,4 chapéus - de - sol verdes.

Independentemente da existência, ou não, de alguma destreza na resolução de expressões numéricas com frações, as respostas destes alunos revelam falta de capacidade crítica perante a solução obtida.

As respostas 4 e 5 mostram mais duas respostas nas quais há evidência de que os alunos conhecem as regras de cálculo para adicionar duas frações com diferentes denominadores. No entanto, o modo como manipulam a soma da fração para chegarem a uma solução para o problema indicia a existência de graves lacunas na compreensão da noção de fração.

Resposta 4:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} =$$

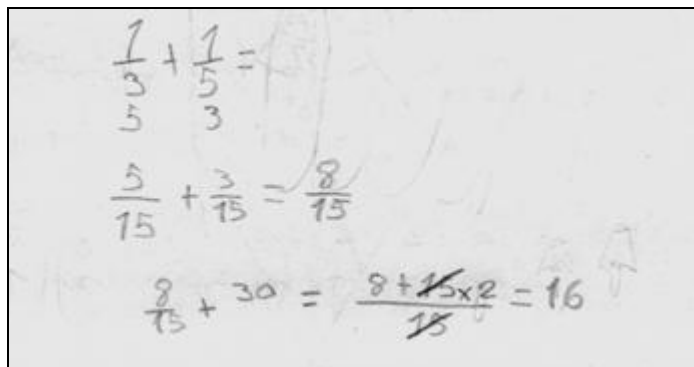
$$= \frac{5}{15} + \frac{3}{15} =$$

$$= \frac{8}{15}$$

$$\frac{30}{15} - \frac{15}{15} = 15$$

Resposta: São verdes 15 chapéus - de - sol

Resposta 5:



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} =$$

$$\frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{8}{15} + 30 = \frac{8 + 15 \times 2}{15} = 16$$

A baixa percentagem de respostas classificadas com o código máximo e os erros cometidos pelos alunos na resolução deste problema evidenciam a existência de concepções incorrectas sobre fracções. Esta evidência surge ainda mais reforçada se tivermos em conta o nível de desempenho dos alunos no item 2, que se apresenta na figura seguinte.

2. O Rui partiu um chocolate em oito bocados iguais e comeu alguns dos bocados do chocolate.



O Rui comeu $\frac{1}{4}$ do chocolate.

Quantos bocados de chocolate comeu o Rui?

Trata-se de um item aparentemente elementar. No entanto, apenas cerca de 52% dos alunos apresenta respostas a este item que foram classificadas com o código máximo. Estes indicadores devem ser tidos em consideração pelos professores na planificação e na selecção de tarefas para o estudo das fracções, onde deverá ser dado realce às várias noções de fracção.

Outro item em que o nível de desempenho dos alunos foi também baixo é o item 14. Trata-se de um problema que envolve a procura da solução mais económica para uma dada situação.

14. A tabela seguinte mostra os preços das entradas na piscina.

Tabela de preços	Tipos de entrada	
	Bilhete diário	Passe para 30 dias
Adulto	€ 15	€ 180
Estudante dos 12 aos 25 anos	€ 7	€ 80
Criança com idade inferior a 12 anos	€ 5	€ 75

A família do Rui é constituída pelas seguintes pessoas:

Pai – 41 anos
 Mãe – 40 anos
 Rui – 11 anos
 Irmã – 6 anos

Nas férias, o Rui vai catorze dias à piscina com a família.

Que tipos de entrada devem comprar para cada um, de forma a pagarem o mínimo possível nesses catorze dias?

Para resolver este problema, os alunos necessitam de interpretar e seleccionar a informação apresentada numa tabela de dupla entrada e no próprio texto do item, e procurar uma estratégia que lhes permita descobrir qual é a solução mais económica. Cerca de 15% das respostas dos alunos foi classificada com código máximo e 48% com códigos intermédios. Foram classificadas com código 00 cerca de 32% das respostas dos alunos.

No sentido de se identificarem possíveis causas para o elevado insucesso neste item, foram analisadas algumas respostas dos alunos. Várias respostas revelam interpretações incorrectas do problema e/ou dos seus dados. Um dos erros mais frequentes, ilustrado nas respostas que se apresentam a seguir, é o aluno considerar que todos os elementos da família teriam de comprar o mesmo tipo de entrada.

Resposta 1:

Mostra como chegaste à tua resposta.

$$\begin{aligned} \text{Pai} &- 14 \times 5 = 70 \text{€} \\ \text{Irmã} &- 14 \times 5 = 70 \text{€} \\ \text{Mãe} &- 14 \times 15 = 210 \text{€} \\ \text{Pai} &- 14 \times 15 = 210 \text{€} \end{aligned}$$

Resposta: Compensa comprarem todos o
passo de 30 dias.

Nesta primeira resposta, poder-se-á pensar que o aluno fez a comparação dos preços mentalmente.

Resposta 2:

Mostra como chegaste à tua resposta.

$$\begin{aligned} \text{Pai} &- 15 \times 14 = 210 & 210 + 210 + 70 + 70 &= 560 \text{€} \\ \text{Mãe} &- 15 \times 14 = 210 \\ \text{Pai} &- 14 \times 5 = 70 \\ \text{Irmã} &- 14 \times 5 = 70 & 180 + 180 + 80 + 80 &= 520 \text{€} \end{aligned}$$

Resposta: Devem entrar com bilhete
diário vão pagar ao todo 560€.

Na resposta 2 não é evidente qual terá sido a razão que levou o aluno a optar pela solução menos económica, em detrimento da mais económica. Há ainda a assinalar a existência de um erro na leitura dos dados da tabela.

Nas respostas 3 e 4, além de considerarem que toda a família compra o mesmo tipo de entrada, os alunos cometem erros de leitura dos dados.

Resposta 3:

Mostra como chegaste à tua resposta.

$15 + 15 + 7 + 5 = 42$	$180 + 180 + 80 + 75 = 515$
$42 \times 17 = 714$	

Resposta: Devem comprar o passe para 30 dias pois fica mais barato.

Resposta 4:

Mostra como chegaste à tua resposta.

Passe para 30 dias	Bilhete diário
$2 \times 180 \text{€} = 360 \text{€}$	$15 \text{€} \times 14 \times 2 = 420 \text{€}$
$2 \times 12 \text{€} = 24 \text{€}$	$5 \text{€} \times 14 \times 2 = 140 \text{€}$
$24 \text{€} + 360 \text{€} = \underline{384 \text{€}}$	$140 \text{€} + 420 \text{€} = \underline{560 \text{€}}$

Resposta: ~~O bilhete diário é mais barato~~
O ^{Passe} bilhete para 30 dias é mais barato do que o Bilhete diário

Na resposta 5, o aluno compara o preço do passe com o preço a pagar por 30 entradas diárias, revelando desconhecer a razão de ser da existência de passes mensais, ou seja, o facto de serem mais económicos do que 30 bilhetes diários.

Resposta 5:

Mostra como chegaste à tua resposta.

Bilhete diário:

$$\begin{array}{r} 15 \\ 15 \\ 10 \\ \hline 40\text{€} \end{array}$$

$$40 \times 30 = 1200$$

Passe para 30 dias:

$$180 + 180 + 75 + 75 = 510$$

Resposta: Devem comprar o passe para 30 dias porque o bilhete diário sai mais caro.

Na resposta 6, o aluno usa o custo diário, correspondente ao passe mensal, para calcular o preço a pagar nos 14 dias, ignorando que o passe mensal é pago na totalidade, independentemente do número de dias que vai ser usado.

Resposta 6:

Mostra como chegaste à tua resposta.

Bilhete Diário	Passe para 30 dias
Pai e Mãe $15\text{€} + 15\text{€} = 30\text{€}$ $14 \times 30\text{€} = 420\text{€}$	Pai e Mãe $15\text{ dias} = 90\text{€}$ $14\text{ dias} = 84\text{€}$ $\frac{14}{30} \times 180 = \frac{2520}{30} = 84\text{€}$
Pai e irmã $5\text{€} + 5\text{€} = 10\text{€}$ $14 \times 10\text{€} = 140\text{€}$	Pai e irmã $15\text{ dias} = 37,5\text{€}$ $14\text{ dias} = 35\text{€}$ $\frac{14}{30} \times 75 = \frac{1050}{30} = 35\text{€}$
Total = 560€	Total = 119€

Resposta: Devem comprar o "Passe para 30 dias" e ficará mais barato.

A resposta 7 não revela que o aluno tenha compreendido o problema e/ou os dados do problema.

Resposta 7:

Mostra como chegaste a tua resposta.

$\begin{array}{l} \text{Pai} = 15 \text{ €} \\ \text{Mãe} = 15 \text{ €} \\ \text{Filho} = 5 \text{ €} \\ \text{Irmã} = 5 \text{ €} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 30 \\ 10 \end{array}$	$\begin{aligned} & (180 \text{ €} - 14 = 166 \text{ €}) \\ & 30 - 14 = 16 \\ & 180 \text{ €} - 16 = 164 \text{ €} \end{aligned}$
<p>Resposta: <u>Devem comprar os bilhetes de 5 € e de 15 €.</u> <u>Que depois os pais vão pagar 164</u></p>	

Os resultados nacionais obtidos na área de Números e Cálculo apontam para a necessidade de serem dadas mais oportunidades aos alunos para resolverem problemas, envolvendo a tomada de decisões e o conceito de fracção, e para discutirem o significado das suas soluções, nos respectivos contextos.

5.2. Geometria

No Quadro n.º 9 apresentam-se os doze itens da área temática de Geometria, os aspectos da competência matemática que avaliam e uma descrição sumária de cada um. Os itens estão dispostos por ordem crescente da sua dificuldade.

Quadro n.º 9 – Itens por ordem crescente do Índice de Dificuldade – Geometria

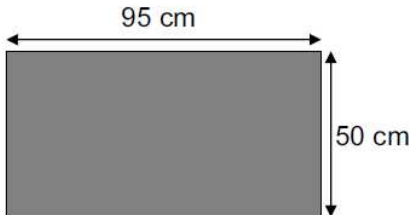
Item	Aspecto da competência	Descrição sumária
21	Raciocínio matemático	Aplicar o raciocínio visual para identificar a construção impossível.
18	Raciocínio matemático	Identificar o número de faces rectangulares de um prisma.
8	Conceitos e procedimentos	Identificar uma figura equivalente a outra.
4.1	Conceitos e procedimentos	Identificar o número de arestas de um prisma a partir de uma representação.
4.2	Raciocínio matemático	Identificar a planificação de um prisma.
15	Conceitos e procedimentos	Calcular o perímetro de um círculo, dado o seu diâmetro.
13	Conceitos e procedimentos	Identificar a expressão que representa a medida do volume de um cubo.
20	Resolução de problemas	Desenhar um triângulo equilátero com 18 cm de perímetro.
1	Conceitos e procedimentos	Identificar o nome de um polígono.
10	Conceitos e procedimentos	Utilizar a noção de eixo de simetria para calcular a amplitude de um ângulo.
22	Comunicação matemática	Classificar um triângulo quanto aos ângulos e explicar a razão dessa classificação.
9	Resolução de problemas	Desenvolver uma estratégia adequada de resolução de um problema que envolve a noção de área e apresentar a estratégia utilizada. Efectuar cálculos.

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2010

O item 21, de raciocínio matemático, é o item de Geometria em que os alunos apresentam melhor desempenho: cerca de 82% das respostas a este item foi classificada com o código máximo. Os itens em que os alunos apresentam níveis de desempenho mais baixos são os itens 9 e 22 que avaliam diferentes aspectos da competência matemática: resolução de problemas e comunicação matemática.

O problema apresentado no item 9 envolve o cálculo da área da superfície de um cartão, de dimensões conhecidas, que não está tapada pelas 12 fotografias que nele foram colocadas.

9. A Teresa colou **doze** fotografias, sem as sobrepor, num cartão rectangular com as dimensões assinaladas na figura.



Cada fotografia tem a forma de um rectângulo com 20 cm de comprimento e 15 cm de largura.

Qual é, em cm^2 , a área do cartão que **não** está ocupada pelas fotografias?

Cerca de 22% das respostas a este item foi classificada com código máximo e 36% com códigos intermédios. Cerca de 42% dos alunos não desenvolveu qualquer trabalho (código X) ou apresentou respostas que foram classificadas com código 00.

As estratégias de resolução adoptadas pelos alunos na resolução deste problema podem dividir-se em dois grandes grupos: (i) cálculo da área ocupada pelas 12 fotografias e da área total do cartão, seguida de subtração das duas áreas; e (ii) desenho de um esquema de colocação das doze fotografias no cartão, em 4 colunas por 3 filas, com identificação do comprimento e da largura da porção de cartão que fica sem fotografias, seguido do cálculo da respectiva área.

A análise de algumas respostas poderá ajudar a compreender melhor o tipo de erros cometidos pelos alunos ou a identificar algumas das suas más concepções. Na resposta 1, apresentada a seguir, o aluno utiliza uma estratégia do tipo (i), mas ignora um dos dados do problema, que foram colocadas 12 fotografias no cartão, e utiliza uma estratégia inadequada para calcular o número de fotografias que cabem no cartão, chegando a 15. No entanto, apesar desta interpretação incorrecta, as fotografias são elementos discretos que não permitem o preenchimento de todo o cartão. O aluno utiliza uma estratégia adequada para

calcular a área de cartão que sobraria caso lá pudesse colocar as 15 fotografias, revelando alguma compreensão do problema.

Resposta 1:

Mostra como chegaste à tua resposta.

$$95 \times 50 = 4750 \text{ cm}^2 \text{ (área do cartão)}$$

$$20 \times 15 = 300 \text{ cm}^2 \text{ (área de uma das fotografias)}$$

$$4750 : 300 = 15,833... \approx 15 \text{ (para caberem fotografias inteiras)}$$

$$15 \times 300 = 4500 \text{ cm}^2$$

$$4750 - 4500 = 250 \text{ cm}^2$$

Resposta: A área do cartão que não está ocupada é de 250 cm^2

Na resposta 2, o aluno inicia uma estratégia semelhante à usada pelo aluno da resposta anterior e comete o mesmo erro de interpretação em relação à natureza descontínua das fotografias. No entanto, embora o aluno utilize um procedimento correcto para calcular a área de rectângulos, não há evidência de ter compreendido o problema, uma vez que identificou incorrectamente o número de fotografias que calculou com a área do cartão que sobrava.

Resposta 2:

Mostra como chegaste à tua resposta.

legenda:
 = fotografia
 = cartão

$$A_{\text{cartão}} = c \times l$$

$$A_{\text{cartão}} = (95 \times 50) \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{cartão}} = 4.750 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{cartão}}$$

$$4.750 \text{ cm}^2 : 300 \text{ cm}^2 = 15,83 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{fotografia}} = c \times l =$$

$$A_{\text{fotografia}} = (20 \times 15) \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{fotografia}} = 300 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{fotografia}}$$

Resposta: ~~A área do cartão que não está ocupada é de~~ $15,83 \text{ cm}^2$

Na resposta 3, o aluno utiliza uma estratégia adequada de resolução do problema, mas não revela ter a noção de número e/ou de operação. É provável que o aluno não esteja familiarizado com a calculadora que utilizou, mas, ao assumir que o produto de 95 por 50 é 4,750, revela falta de espírito crítico face ao resultado obtido.

Resposta 3:

$A_{\square} = c \times l =$
 $= 95 \times 50 =$
 $= 4,750 \text{ cm}^2$

$A_{\square} = c \times l =$
 $= 20 \times 15 =$
 $= 300 \text{ cm}^2$

$4,750$
 $- 3,600$
 $\hline 1,150 \text{ cm}^2$

300
 $\times 12$
 $\hline 3600 \text{ cm}^2$

Resposta: A área que ficou desocupada foi 1,150 cm²

A resposta 4 é muito semelhante à resposta 3, contudo aqui não há evidência de os erros cometidos pelo aluno terem sido provocados por desconhecimento da calculadora, uma vez que ele explicita os algoritmos que realizou, mas sim por algum desconhecimento da representação escrita de números inteiros.

Resposta 4:

Mostra como chegaste à tua resposta.

Cartão

$A_{\square} = c \times l$
 $A_{\square} = 95 \times 50$
 $A_{\square} = 4,750$

Fotografia

$A_{\square} = c \times l$
 $A_{\square} = 20 \times 15$
 $A_{\square} = 300$
 $300 \times 12 = 3,600$

95
 $\times 50$
 $\hline 4750$

20
 $\times 15$
 $\hline 300$

$4,750$
 $- 3,600$
 $\hline 1,150$

Resposta: 4,750 3,600 1,150 cm²

Nas respostas 5 e 6, os alunos também utilizam uma estratégia adequada de resolução do problema, porém não chegam à resposta correcta. Estes alunos revelam ter conhecimento de que para obter a área de um rectângulo devem multiplicar a medida do comprimento pela da largura do rectângulo, mas não revelam compreensão do significado do produto que obtêm. Ambos os alunos consideram que o produto obtido é uma quantidade que transformam em área dividindo por 100, na resposta 5, e multiplicando por 10, na resposta 6.

Resposta 5:

$$20 \times 15 = 300 \text{ cm} = 3 \text{ cm}^2 - \text{a fotografia}$$

$$95 \times 50 = 4750 \text{ cm} = 47,50 \text{ cm}^2 - \text{cartão}$$
~~$$4750 \times 10 = 47500$$~~

$$12 \times 3 = 36 \text{ cm}^2$$

$$47,50 - 36 = 11,5 \text{ cm}^2$$

Resposta: A área do cartão que não está ocupada é de $11,5 \text{ cm}^2$.

Resposta 6:

$$A = l \times l =$$

$$A = 95 \times 50 =$$

$$= 4750 \text{ cm}$$

$$4750 \text{ cm} = 47500 \text{ cm}^2$$

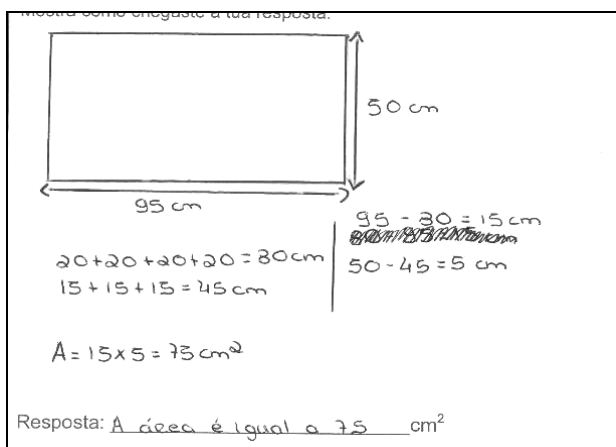
Resposta: 47500 cm^2

Nas três respostas que se apresentam a seguir, os alunos optam por uma estratégia do tipo (ii), mas não chegam à resposta correcta, apesar de terem calculado correctamente as dimensões da parte do cartão que não está ocupado pelas fotografias.

Nas respostas 7 e 8 não há evidência de os alunos tenham identificado a forma geométrica da porção de cartão que não está ocupado com as fotografias, pois não fizeram qualquer esquema e assumiram que se tratava de um novo rectângulo.

Resposta 7:

Mostra como chegaste a tua resposta.

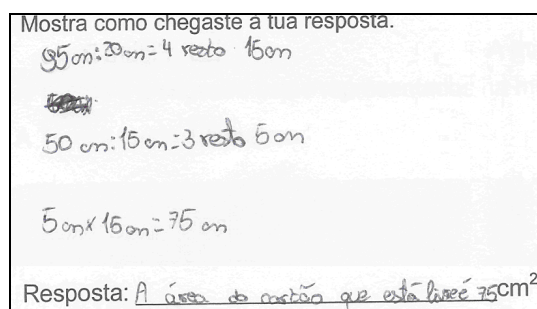


$20 + 20 + 20 + 20 = 80 \text{ cm}$
 $15 + 15 + 15 = 45 \text{ cm}$
 $95 - 30 = 15 \text{ cm}$
 $50 - 45 = 5 \text{ cm}$
 $A = 15 \times 5 = 75 \text{ cm}^2$

Resposta: A área é igual a 75 cm²

Resposta 8:

Mostra como chegaste a tua resposta.

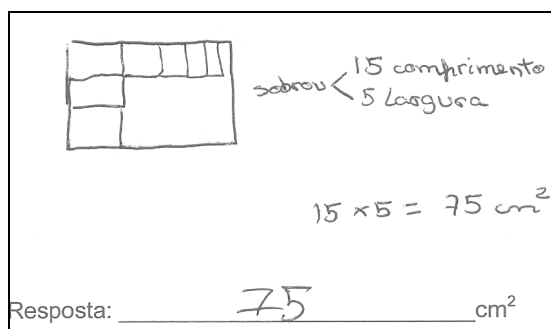


$95 \text{ cm} : 20 \text{ cm} = 4 \text{ resto } 15 \text{ cm}$
 $50 \text{ cm} : 15 \text{ cm} = 3 \text{ resto } 5 \text{ cm}$
 $5 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} = 75 \text{ cm}^2$

Resposta: A área do cartão que está livre é 75 cm²

Na resposta 9, o aluno apresenta um esquema de colocação das fotografias que não corresponde aos dados do problema. A falta de apresentação dos cálculos que efectuou para identificar o que sobra em cada uma das dimensões do cartão não nos permite compreender qual o raciocínio que utilizou.

Resposta 9:

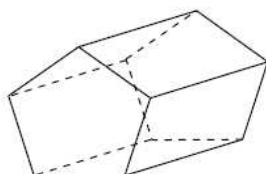


Os erros cometidos pelos alunos neste problema sugerem a necessidade de o conceito de área ser trabalhado em situações diversificadas, por exemplo, na resolução de problemas envolvendo o cálculo de áreas de superfícies decomponíveis em rectângulos congruentes e discussão das soluções obtidas.

Quanto aos itens 1, 4.2, 8, 13 e 21 (todos de escolha múltipla), que pretendem avaliar o conhecimento de conceitos (itens 1, 8 e 13) e o raciocínio matemático (itens 4.2 e 21), a observação do quadro com os resultados nacionais por item revela padrões de respostas distintos. Nos itens 1 e 21, as respostas dos alunos que não assinalam a resposta correcta distribuem-se de modo equilibrado pelas opções incorrectas, não se destacando nenhuma destas opções.

O mesmo não se verifica nos outros três itens em que há uma clara preferência dos alunos por uma das opções incorrectas. No item 4.2, cerca de 28% dos alunos assinala a figura B como sendo aquela que representa a planificação de um prisma pentagonal.

4. O sólido representado a seguir tem a forma de um prisma pentagonal.



- 4.2. Qual das figuras seguintes corresponde à planificação de um prisma pentagonal?

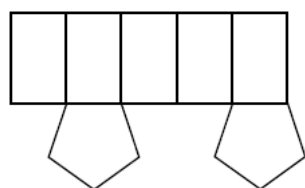


Figura A

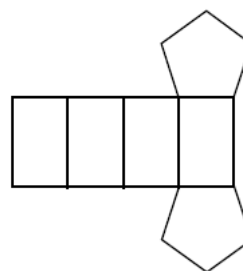


Figura B

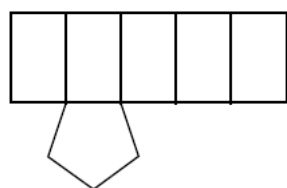


Figura C

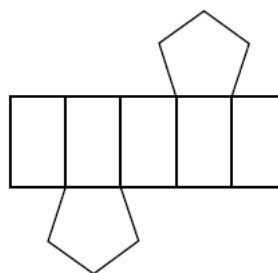


Figura D

Apesar de só ter 4 faces laterais, mais de um quarto dos alunos seleccionam a opção que tem as duas bases do prisma directamente opostas uma à outra, provavelmente porque é esta a posição a que os alunos estão acostumados.

No item 8, cerca de 18% dos alunos assinala a figura C como sendo a equivalente à figura dada, apesar de a sua área ser metade da área da figura dada, revelando uma concepção errónea do conceito de equivalência de figuras planas.

8. Observa a figura.



Qual das figuras seguintes é **equivalente** à figura anterior?



Figura A



Figura B

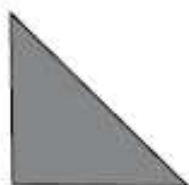


Figura C

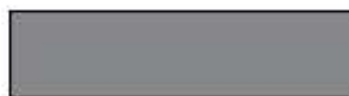


Figura D

No item 13, cerca de 25% dos alunos assinala a expressão $5 \times 5 \times 5 \times 5$ como sendo a medida do volume de um cubo com 5 cm de aresta, em detrimento da expressão correcta $5 \times 5 \times 5$, revelando uma concepção incorrecta da noção de volume. Seria interessante tentar perceber-se o porquê destas escolhas.

Tendo em conta os resultados obtidos na área de Geometria e os erros cometidos pelos alunos, sugere-se que os conceitos geométricos de área e de volume, bem como as respectivas unidades de medida, sejam trabalhados de forma dinâmica, envolvendo os alunos na resolução e discussão de tarefas não rotineiras, orientadas para o desenvolvimento de um conhecimento compreensivo destes mesmos conceitos.

5.3. Estatística e Probabilidades

No Quadro n.º 10 apresentam-se os quatro itens da área temática de Estatística e Probabilidades, os aspectos da competência matemática que avaliam e uma descrição sumária de cada um. Os itens estão dispostos por ordem crescente da sua dificuldade.

Quadro n.º 10 – Itens por ordem crescente do Índice de Dificuldade – Estatística e Probabilidades

Item	Aspecto da competência	Descrição sumária
6.1	Conceitos e procedimentos	Ler informação contida numa tabela.
6.2	Comunicação matemática	Escrever uma frase contendo informação relacionada com os dados apresentados.
6.3	Conceitos e procedimentos	Ler e interpretar informação contida numa tabela. Identificar a moda num conjunto de dados.
6.4	Resolução de problemas	Desenvolver uma estratégia adequada de resolução de um problema que envolve leitura e interpretação de dados. Apresentar a estratégia utilizada.

Fonte: GAPE – Provas de Aferição 2010

A área temática de Estatística e Probabilidades é uma área em que os alunos normalmente apresentam um bom nível de desempenho. A elevada percentagem de sucesso no item 6.1 – cerca de 96% – permite concluir que quase todos os alunos revelam uma boa capacidade para ler informação apresentada em tabelas. À semelhança do que acontece nas outras áreas temáticas, é também no item de resolução de problemas (item 6.4) que os alunos apresentam o nível de desempenho mais baixo.

6.4. Muitos alunos da turma praticam apenas um desporto, mas há 4 alunos que praticam dois desportos e 3 alunos que não praticam nenhum.

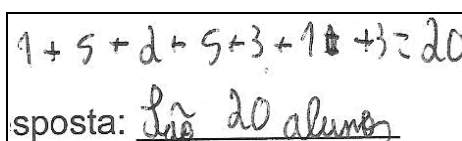
Calcula o número de alunos da turma da Teresa.

A resolução deste problema requer a leitura e interpretação da informação apresentada na tabela e no enunciado do próprio item. Cerca de 28% das respostas a este item foi codificada com o código máximo e 49% com códigos intermédios. Das respostas codificadas com códigos intermédios, 35% corresponde a respostas em que há evidência de que o aluno fez uma leitura correcta da tabela, mas não respondeu ao problema ou respondeu incorrectamente. Cerca de 22% dos alunos não desenvolve qualquer trabalho (código X) ou apresenta respostas que foram classificadas com código 00.

Para obterem o número de alunos da turma da Teresa, os alunos teriam de compreender que as 21 respostas representadas na tabela correspondem apenas a 17 alunos, uma vez que 4 daqueles alunos deram duas respostas, aos quais teriam de adicionar os 3 alunos que não praticam nenhum desporto. A análise de algumas respostas poderá ajudar-nos a compreender as causas do baixo nível de desempenho neste item.

Alguns alunos chegam à resposta correcta utilizando estratégias aparentemente adequadas à resolução do problema, mas nem sempre claramente explicitadas. É o que acontece nas cinco primeiras respostas que a seguir se apresentam.

Resposta 1:



$$1 + 5 + 2 + 5 + 3 + 1 + 3 = 20$$

Resposta: São 20 alunos

O aluno não explica de onde surgem os números que adiciona. No entanto, como mantém a ordem da tabela, é possível induzir que assumiu que os 4 alunos que praticam dois desportos também praticam Natação – daí o valor 1 para a primeira parcela. Esta evidência acaba por ser reforçada pelo facto de as outras parcelas serem 5 + 2, o número de alunos que praticam Andebol, seguido de 5 + 3, os oito alunos que praticam Basquetebol, de 1, o aluno que pratica Karaté, e de 3, os alunos que não praticam desporto.

A resposta 2 poder-se-á considerar que está mais explícita, mas também requer alguma inferência na sua análise. Ao discriminar as frequências de cada uma das modalidades, tendo eliminado três alunos do Basquetebol e um do Karaté, o aluno está a querer dizer que considerou estes os quatro alunos que praticam dois desportos. Na adição que monta do

lado direito, há evidência de que a última parcela – o 3 –, representa os alunos que não praticam desporto.

Resposta 2:

Mostra como chegaste à tua resposta.

Atletismo	Andebol	Basquetebol	Handebol	5
				5
				5
				2
				<u>13</u>
				20

Resposta: Na turma da Teresa há 20 alunos

Na resposta 3, há evidência de que o aluno assume que os 4 alunos que praticam dois desportos praticam andebol, daí a frequência 3 em vez dos 7 que estavam na tabela.

Resposta 3:

Mostra como chegaste à tua resposta.

matação - 5	5
andebol - 3	3
Basquete bol - 8	8
Karate - 1	1
alunos que não praticam - 3	+ 3
	<u>20</u>

Resposta: A turma tem 20 alunos

A resposta 4 requer um pouco mais de flexibilidade para ser entendida, mas há evidência de que o aluno utilizou uma estratégia de resolução adequada. O aluno representa as frequências da tabela por 21 traços, um para cada desporto, e forma 4 grupos de 2 desportos, para representar os 4 alunos que praticam 2 desportos. No final, o aluno adiciona os 13 traços que sobram, representando os alunos que praticam apenas um desporto, com quatro 1's, um por cada aluno que pratica dois desportos, e os 3 alunos que não praticam nenhum desporto, obtendo o número de alunos da turma.

Resposta 4:

Natação	Andebol	Basquetebol	Karatê
≡	≡	≡	1
⋮	⋮	⋮	-
⊠	⊠	⊠	-
⊠	⊠	⊠	-

$1 + 1 + 1 + 1 + 13 + 3 = 20$

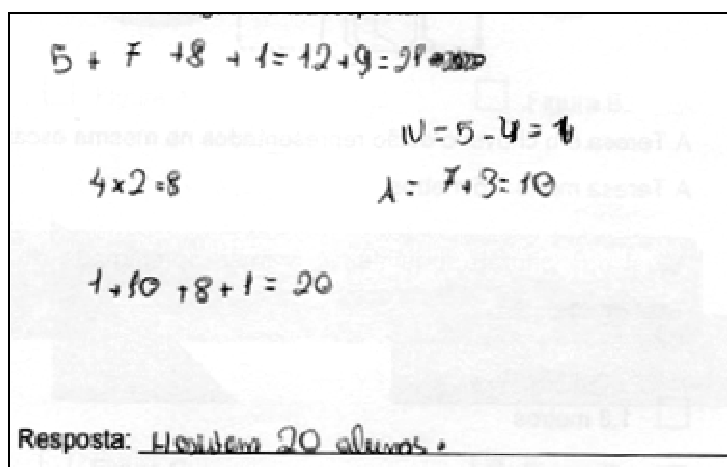
Nenhum = 3

P.S.: Os que estão dentro de uma figura, são pares.

Resposta: 20 alunos.

Na resposta 5, a evidência de que o aluno usou uma estratégia adequada fica comprometida pelo facto de não estar claro qual o significado da terceira parcela da adição: se representa os 8 alunos que praticam Basquetebol ou as 8 frequências relativas aos 4 alunos que praticam dois desportos (o registo $4 \times 2 = 8$).

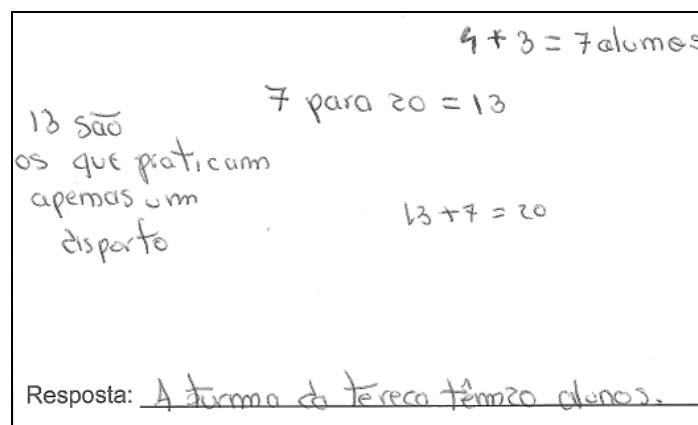
Resposta 5:



Handwritten student work for Resposta 5. The work shows several calculations: $5 + 7 + 8 + 1 = 12 + 9 = 21$ (crossed out), $N = 5 - 4 = 1$, $4 \times 2 = 8$, $A = 7 + 3 = 10$, and $1 + 10 + 8 + 1 = 20$. The final answer is written as "Resposta: Havia 20 alunos."

A resposta 6 mostra que o aluno chega à solução correcta do problema, porém não há evidência de ter havido compreensão do mesmo. A solução (20) surge no meio da resolução sem qualquer justificação e é usada de modo recorrente: a 20 o aluno tira 7 para obter 13, aos quais volta a juntar 7 para chegar à solução do problema.

Resposta 6:



Handwritten student work for Resposta 6. The work shows calculations: $4 + 3 = 7$ alunos, 7 para $20 = 13$, and $13 + 7 = 20$. There is also a note: "13 são os que praticam apenas um desporto". The final answer is written as "Resposta: A turma da Teresa tem 20 alunos."

Estas respostas evidenciam, de modo inequívoco, a dificuldade que os alunos sentem para registar, de forma explícita, os seus raciocínios matemáticos, de modo a que qualquer receptor os compreenda, e reforçam a necessidade de se trabalhar com os alunos a sua capacidade de comunicar matematicamente.

Nas respostas que se apresentam a seguir, os alunos não chegam à solução do problema, apesar de algumas revelarem compreensão do mesmo. A estratégia usada na resposta 7 é semelhante à da resposta 4, mas aqui o aluno não adiciona os quatro 1's correspondentes aos quatro pares de desportos que retirou, tendo chegado a 16 em vez de 20.

Resposta 7:

<p>Mostra como chegaste à tua resposta.</p> <p> Natacao - IIIII $\xrightarrow{1 \text{ aluno}} = 5$ Ajudal - IIIII $\xrightarrow{1 \text{ aluno}} = 5$ Basquetebol - IIIII $\xrightarrow{1 \text{ aluno}} = 5$ Karate - X $\xrightarrow{1 \text{ aluno}} = 1$ $5 + 5 + 3 + 3 = 16$ </p>	<p>A quatro alunos que praticam 2 desportos.</p> <p>agora a três que não praticam entre si os desportos</p>
<p>Resposta: <u>Á 16 alunos na turma da Teresa</u></p>	

A resposta 8 também revela alguma compreensão do problema. No entanto, a dificuldade de utilização da linguagem formal, com repercussão no registo do seu raciocínio, poderá ter levado ao esquecimento do registo da frequência relativa ao Andebol (também de 7, tal como os quatro que sobram do Basquetebol mais os que não praticam desporto). Deste modo, o aluno chega à resposta 13 em vez da resposta correcta de 20.

Resposta 8:

Mostra como chegaste à tua resposta.

$4+3=f$

~~4~~
~~3~~

Nat.	5
And.	7
Basq.	8
Voleib.	1
Ten.	3

~~4~~
~~3~~

$8-4 = 4+3 =$
 $7+5+1 = 13$

Por exemplo no Andebol andam 7 e no Basquet andam 8 se eu tirar os 4 que jogam dois desportos do Basquetebol e se somar os 3 que não andam,

Resposta: Naturais há 13 alunos.

em nenhum desporto tenho o resultado.

PA - Página 9 / 24

Nas respostas 9 e 10, há evidência de que os alunos terão compreendido o problema, pelo menos parcialmente. Em vez de retirarem os 4 alunos que praticam dois desportos ao total de respostas apresentadas na tabela, os alunos tiram apenas 2, no entanto, identificam correctamente como operar com os 3 alunos que não praticam desporto.

Resposta 9:

$$5 + 7 + 8 + 1 = 21$$

$$21 - 2 = 19$$

$$19 + 3 = 22$$

Resposta: A turma da Tessa tem 22 alunos

Resposta 10:

mostra como chegaste à tua resposta.

Natação: 5 Não praticam: 3

Andebol: 7

Basquetebol: 8

Karatê: 1 (2 desportos)

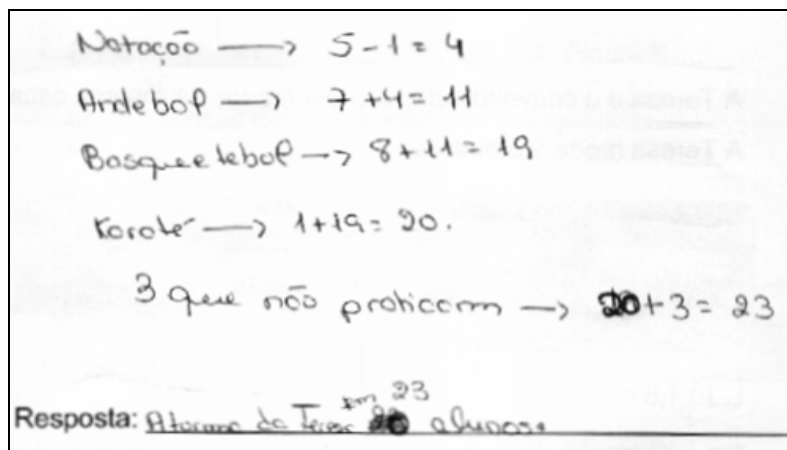
Dois desportos: ~~4~~ (não inteiro como resposta, pois esse 4 não inteiro não se pode usar)

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 7 \\
 8 \\
 1 \\
 + 3 \\
 \hline
 24 \\
 - 2 \\
 \hline
 22
 \end{array}$$

Resposta: A turma tem ~~24~~ 22 alunos

Na resposta 11, o aluno também identifica correctamente como operar com os 3 alunos que não praticam desporto, mas apenas retira 1 aluno aos 5 que praticam Natação. A resposta que o aluno apresenta não permite entender o porquê do seu erro.

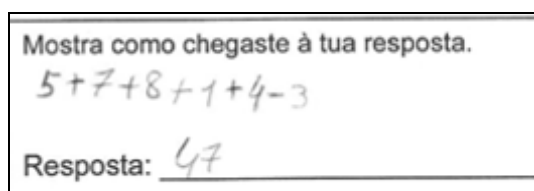
Resposta 11:



Natação $\rightarrow 5 - 1 = 4$
 Andebol $\rightarrow 7 + 4 = 11$
 Basquetebol $\rightarrow 8 + 11 = 19$
 Futebol $\rightarrow 1 + 19 = 20$
 3 que não pratiquem $\rightarrow 20 + 3 = 23$
 Resposta: Atenção de Terça ^{em} 23 alunos

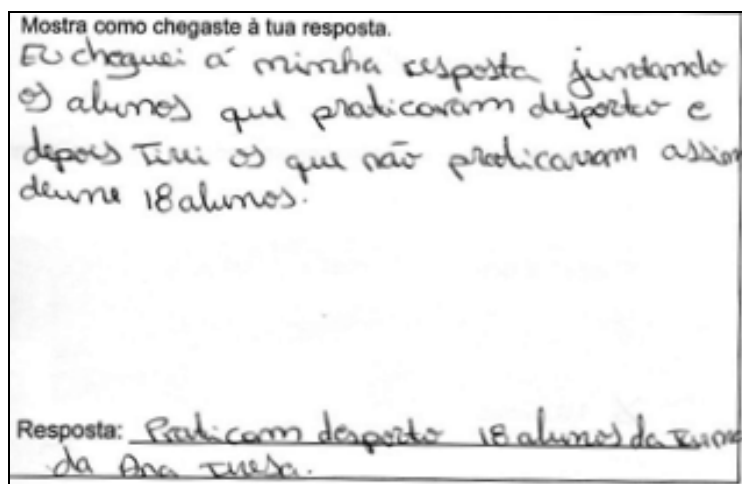
As respostas 12 e 13 revelam uma leitura correcta da tabela, mas os alunos não interpretaram correctamente a informação contida no enunciado do item, uma vez que subtraem os 3 alunos que não praticam desporto e ignoram ou adicionam os quatro alunos que praticam dois desportos.

Resposta 12:



Mostra como chegaste à tua resposta.
 $5 + 7 + 8 + 1 + 4 - 3$
 Resposta: 47

Resposta 13:



Na resposta 12, o aluno comete ainda um erro de cálculo.

Tendo em conta estes resultados, devem ser criadas oportunidades para os alunos resolverem problemas que envolvam a leitura e interpretação de dados, a análise das soluções obtidas e a discussão da sua plausibilidade no respectivo contexto, e a elaboração de registos claros e precisos das suas resoluções.

5.4. Álgebra e Funções

No Quadro n.º 11 pode ver-se, relativamente, aos dois itens da área temática de Álgebra e Funções, os aspectos da competência matemática que avaliam e uma descrição sumária de cada um. Os itens estão dispostos por ordem crescente da sua dificuldade.

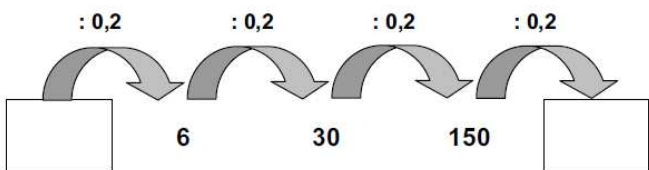
Quadro n.º 11 – Itens por ordem crescente do Índice de Dificuldade – Álgebra e Funções

Item	Aspecto da competência	Descrição sumária
24	Raciocínio matemático	Identificar o padrão de uma sequência de igualdades numéricas e utilizá-lo para descobrir uma igualdade da sequência.
12	Conceitos e procedimentos	Descobrir dois elementos de uma sequência de números racionais não negativos, dada a sua lei de formação.

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2010

Tal como foi referido anteriormente, Álgebra e Funções é a área de conteúdo em que o nível de desempenho dos alunos foi mais elevado. Dos dois itens desta área de conteúdo, o item 12 é aquele em que a taxa de sucesso é inferior. Neste item, os alunos têm de aplicar a lei de formação de uma dada sequência numérica para descobrirem os dois elementos que faltam.

12. Escreve, nos rectângulos, os dois números que faltam na sequência.



Cerca de 69% dos alunos preenche correctamente os dois rectângulos e cerca de 10% não preenche nenhum dos rectângulos (código X) ou preenche-os incorrectamente. Cerca de 18% dos alunos preenche correctamente apenas o rectângulo da direita, havendo evidência de não terem descoberto uma estratégia que lhes permitisse saber qual o número que dividido por 0,2 dá 6.

6. CONCLUSÃO

Os itens em que os alunos obtêm melhor desempenho são os itens 6.1 e 25, de conhecimento de conceitos e procedimentos, das áreas temáticas de Estatística e Probabilidades, e de Números e Cálculo, com percentagens de respostas classificadas com código máximo superiores a 90%. Os itens em que obtêm desempenho mais baixo são os itens 9 e 14, de resolução de problemas, das áreas temáticas de Geometria e de Números e Cálculo, com percentagens de respostas classificadas com código máximo inferiores a 22%.

No total dos 29 itens da prova, há vinte itens com percentagens de respostas classificadas com código máximo superiores a 50%. Nesta prova, o nível de desempenho dos alunos foi mais elevado na área de Álgebra e Funções e mais baixo na área de Números e Cálculo. Globalmente, o desempenho médio dos alunos, quando se consideram também as respostas com códigos intermédios, pode considerar-se razoável, sendo a média nacional de 63% e a percentagem de alunos classificados nos três escalões superiores de cerca de 79%.

De um modo geral, os resultados obtidos pelos alunos nesta prova revelam que estes são detentores de um conhecimento satisfatório a nível de conceitos e procedimentos. No entanto, continuam a evidenciar dificuldades na resolução de problemas contextualizados, bem como uma preocupante falta de sentido crítico face à plausibilidade das soluções que apresentam e uma manifesta dificuldade na comunicação escrita das suas ideias e raciocínios matemáticos. Neste sentido, importa que, não descurando o conhecimento e a compreensão de conceitos e procedimentos, os professores promovam, com mais frequência, experiências matemáticas em que os alunos resolvem problemas com contexto, discutem as suas estratégias de resolução, analisam o significado das suas soluções e comunicam, de forma explícita, os resultados a que chegaram.

Em suma, espera-se que este relatório possa, a par de outros instrumentos, contribuir para a construção de opções de intervenção educativa e pedagógica mais eficientes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: ME/DEB.

Battista, M. T., Clements, D. H., Arnoff, J., Battista, K., & Borrow, C. V. A. (1998). Students' spatial structuring of 2D arrays of squares. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 503-532.

Outhred, L. & Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 144-167.

ANEXO

Descritores dos Itens da Prova

Item	Tema matemático	Dimensão da competência matemática	Descrição
1	Geometria	Conceitos e procedimentos	Identificar o nome de um polígono.
2	Números e cálculo	Conceitos e procedimentos	Resolver uma situação envolvendo a fracção como operador.
3	Números e cálculo	Conceitos e procedimentos	Determinar o valor da base de uma potência de expoente 2, conhecido o seu valor (100).
4.1	Geometria	Conceitos e procedimentos	Identificar o número de arestas de um prisma a partir de uma representação.
4.2	Geometria	Raciocínio matemático	Identificar a planificação de um prisma.
5	Números e cálculo	Conceitos e procedimentos	Calcular o valor de uma expressão numérica com racionais não negativos, que envolve a prioridade das operações. Apresentar os passos seguidos ao efectuar o cálculo.
6.1	Estatística e probabilidades	Conceitos e procedimentos	Ler informação contida numa tabela.
6.2	Estatística e probabilidades	Comunicação matemática	Escrever uma frase contendo informação relacionada com os dados apresentados.
6.3	Estatística e probabilidades	Conceitos e procedimentos	Ler e interpretar informação contida numa tabela. Identificar a moda num conjunto de dados.
6.4	Estatística e probabilidades	Resolução de problemas Raciocínio matemático Comunicação matemática	Desenvolver uma estratégia adequada de resolução de um problema que envolve leitura e interpretação de dados. Apresentar a estratégia utilizada.
7	Números e cálculo	Raciocínio matemático	Aplicar o raciocínio proporcional para estimar uma altura.
8	Geometria	Conceitos e procedimentos	Identificar uma figura equivalente a outra.
9	Geometria Medida	Resolução de problemas Raciocínio matemático Comunicação matemática	Desenvolver uma estratégia adequada de resolução de um problema que envolve a noção de área. Apresentar a estratégia utilizada. Efectuar cálculos.
10	Geometria	Conceitos e procedimentos	Utilizar a noção de eixo de simetria para calcular a amplitude de um ângulo.
11	Números e cálculo	Resolução de problemas Comunicação matemática	Desenvolver uma estratégia adequada de resolução de um problema que envolve o conceito de fracção como operador. Apresentar a estratégia utilizada. Efectuar cálculos.
12	Álgebra e funções	Conceitos e procedimentos	Descobrir dois elementos de uma sequência de números racionais não negativos, dada a sua lei de formação.
13	Geometria Medida	Conceitos e procedimentos	Identificar a expressão que representa a medida do volume de um cubo.
14	Números e cálculo	Resolução de problemas Raciocínio matemático Comunicação matemática	Identificar a informação relevante para a resolução de um problema. Desenvolver uma estratégia adequada de resolução de um problema. Apresentar a estratégia utilizada. Efectuar cálculos e comparar números.

Item	Tema matemático	Dimensão da competência matemática	Descrição
15	Geometria Medida	Conceitos e procedimentos	Calcular o perímetro de um círculo, dado o seu diâmetro.
16	Números e cálculo	Raciocínio matemático	Resolver uma situação que envolve a identificação de um múltiplo de 12.
17	Números e cálculo	Conceitos e procedimentos	Resolver uma situação que envolve o cálculo de uma percentagem.
18	Geometria	Raciocínio matemático	Identificar o número de faces rectangulares de um prisma.
19	Números e cálculo	Raciocínio matemático	Identificar e interpretar a informação relevante para resolver uma situação envolvendo números fraccionários.
20	Geometria	Resolução de problemas	Desenhar um triângulo equilátero com 18 cm de perímetro.
21	Geometria	Raciocínio matemático	Aplicar o raciocínio visual para identificar a construção impossível.
22	Geometria	Comunicação matemática Conceitos e procedimentos	Classificar um triângulo quanto aos ângulos e explicar a razão dessa classificação.
23	Números e cálculo	Conceitos e procedimentos	Colocar parêntesis numa expressão para obter um dado valor.
24	Álgebra e funções	Raciocínio matemático	Identificar o padrão de uma sequência de igualdades numéricas e utilizá-lo para descobrir uma igualdade da sequência.
25	Números e cálculo	Conceitos e procedimentos	Identificar, num conjunto de figuras, a que representa $\frac{1}{3}$.

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2010