



União Europeia

Fundo Social Europeu



GEOMETRIA NO PLANO

1 NOÇÕES ELEMENTARES

Ponto – O objecto geométrico mais elementar (sem dimensão).

Linha – Conjunto infinito de pontos que pode ser desenhado por um único movimento contínuo (objecto geométrico a uma dimensão).

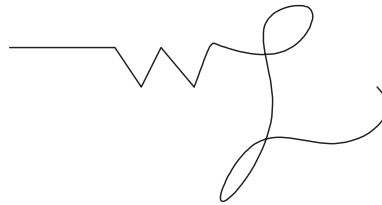


Figura 1: Linha.

Linha recta – Tem uma só direcção.



Figura 2: Linha recta.

Dois pontos distintos determinam uma única recta.

Por um único ponto pode passar uma infinidade de rectas que formam um feixe de rectas.

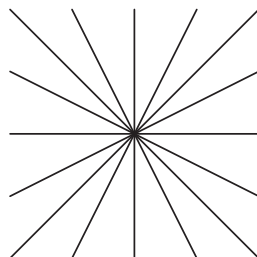
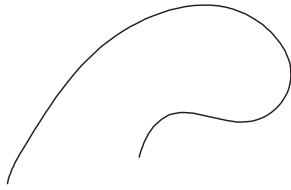
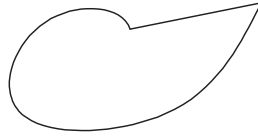


Figura 3: Feixe de rectas.

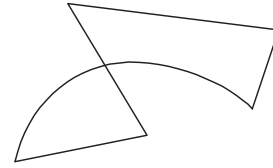
Linha curva – Muda continuamente de direcção.



Curva simples



Curva simples fechada



Curva fechada

Semi-recta – Porção de recta ilimitada num sentido e limitada no outro por um ponto que se designa origem.

Segmento de recta – Uma porção de recta compreendida entre dois dos seus pontos.

Linha quebrada – Constituída por segmentos de recta dispostos topo a topo.



Semi-recta



Segmento de recta



Linha quebrada

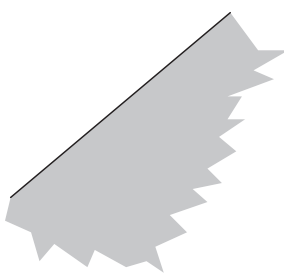
Plano – Superfície ilimitada que contém inteiramente qualquer recta definida por dois dos seus pontos.

Rectas secantes – Rectas com um só ponto comum.

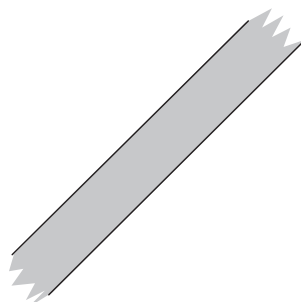
Rectas paralelas – Rectas não secantes: ou não têm pontos comuns ou têm todos os pontos comuns (**coincidentes**).

Uma superfície plana pode:

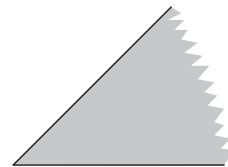
1. Ser completamente ilimitada – **plano**.
2. Ser parcialmente limitada:



**Por uma recta:
Semi-plano**



**Por duas rectas
paralelas: Banda**

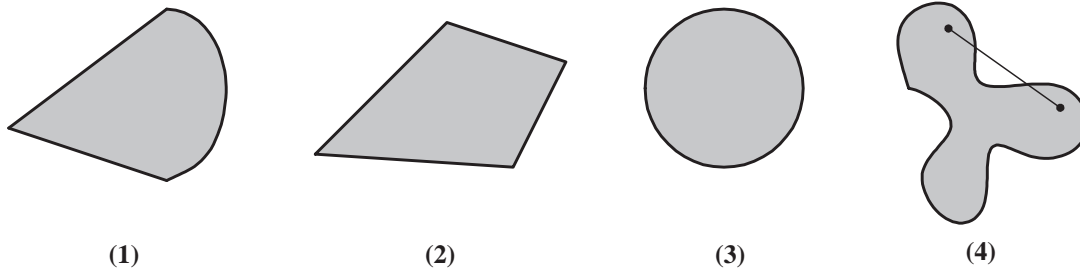


**Por duas semi-rectas com
a mesma origem: Ângulo**

3. Ser completamente limitada por uma linha fechada – **figura plana**. A linha que limita a figura plana é a sua **fronteira**.

A figura plana compreende a fronteira e o seu interior.

As figuras podem ser classificadas como **convexas** ou **não convexas**.



Uma figura diz-se convexa se o segmento de recta que une quaisquer dois dos seus pontos pertence completamente ao seu interior.

As figuras (1), (2) e (3) são convexas e a figura (4) é não convexa.

2 ÂNGULO

Duas semi-rectas com a mesma origem determinam no plano duas regiões chamadas ângulos: um convexo e outro não convexo.



As duas semi-rectas chamam-se **lados do ângulo** e a sua origem comum **vértice do ângulo**.

Podemos olhar para os ângulos sob um ponto de vista dinâmico como rotações dos seus lados, inicialmente sobrepostos, em torno do vértice. A quantidade de rotação determina a amplitude do ângulo.

Duas rectas concorrentes determinam quatro ângulos convexas e quatro ângulos não convexas. Se os ângulos convexas tiverem todos a mesma amplitude as **rectas** dizem-se **perpendiculares**.

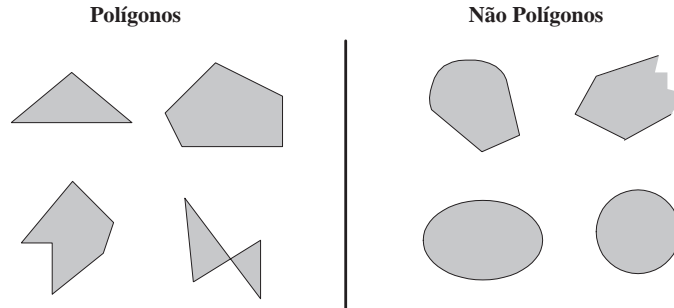
Classificação dos ângulos

Atendendo à definição de ângulo dada anteriormente, consideremos que as duas semi-rectas encontram-se inicialmente sobrepostas confundindo-se, dizemos que o ângulo que formam é um **ângulo nulo**. Fixando uma das semi-rectas e deslocando a outra em torno do vértice até que as duas semi-rectas formem uma recta dizemos que as duas semi-rectas formam um **ângulo raso**. Continuando este movimento até que as duas semi-rectas voltem a sobrepor-se verificamos que foi gerado um **ângulo cheio** ou também designado **ângulo giro**. O ângulo formado por duas semi-rectas perpendiculares denomina-se **recto**, cuja amplitude é a quarta parte da amplitude de um ângulo cheio. Este ângulo é usado como referência para classificar os outros ângulos: dizemos que um ângulo é **agudo** quando apresenta uma amplitude inferior à de ângulo recto e consideramos que um ângulo é **obtuso** quando a sua amplitude for superior à de um ângulo recto.

3 POLÍGONOS

Polígono – Figura plana cuja fronteira é uma linha quebrada. A fronteira de um polígono é pois exclusivamente formada por um número finito de segmentos de recta - **lados** do polígono, cujos extremos se denominam **vértices**. Qualquer segmento de recta que une dois vértices não consecutivos designa-se por **diagonal**.

Duas **figuras planas** dizem-se **congruentes** se tiverem a mesma forma e o mesmo tamanho.



Classificação de polígonos convexos e não convexos segundo o número de lados

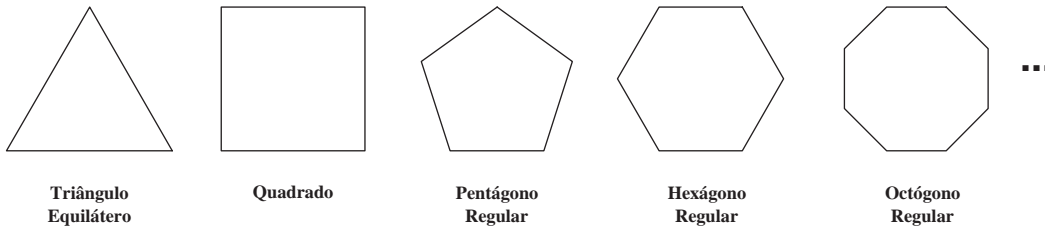
	CONVEXOS	NÃO CONVEXOS
3 LADOS TRIÂNGULOS		
4 LADOS QUADRILÁTEROS		
5 LADOS PENTÁGONOS		
6 LADOS HEXÁGONOS		
8 LADOS OCTÓGONOS		
10 LADOS DECÁGONOS		

A lista não é exaustiva: 7 lados - heptágonos; 9 lados - eneágonos; 11 lados - undecágonos; 12 lados - dodecágonos; 15 lados - pentadecágonos; 20 lados - icoságonos.

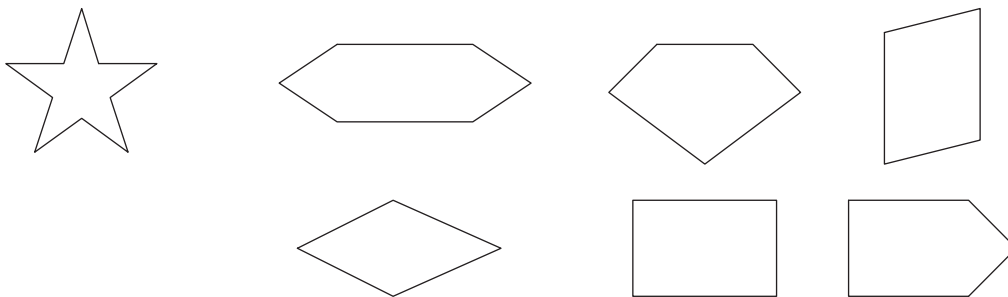
4 PROPRIEDADES DOS POLÍGONOS

Um **polígono** é **regular** se tiver todos os lados de igual comprimento e todos os ângulos de igual amplitude.

POLÍGONOS REGULARES



POLÍGONOS IRREGULARES



Triângulo é um polígono de três lados que é sempre convexo. Os triângulos podem ser classificados atendendo a dois critérios:

(a) quanto à amplitude dos seus ângulos, um triângulo:

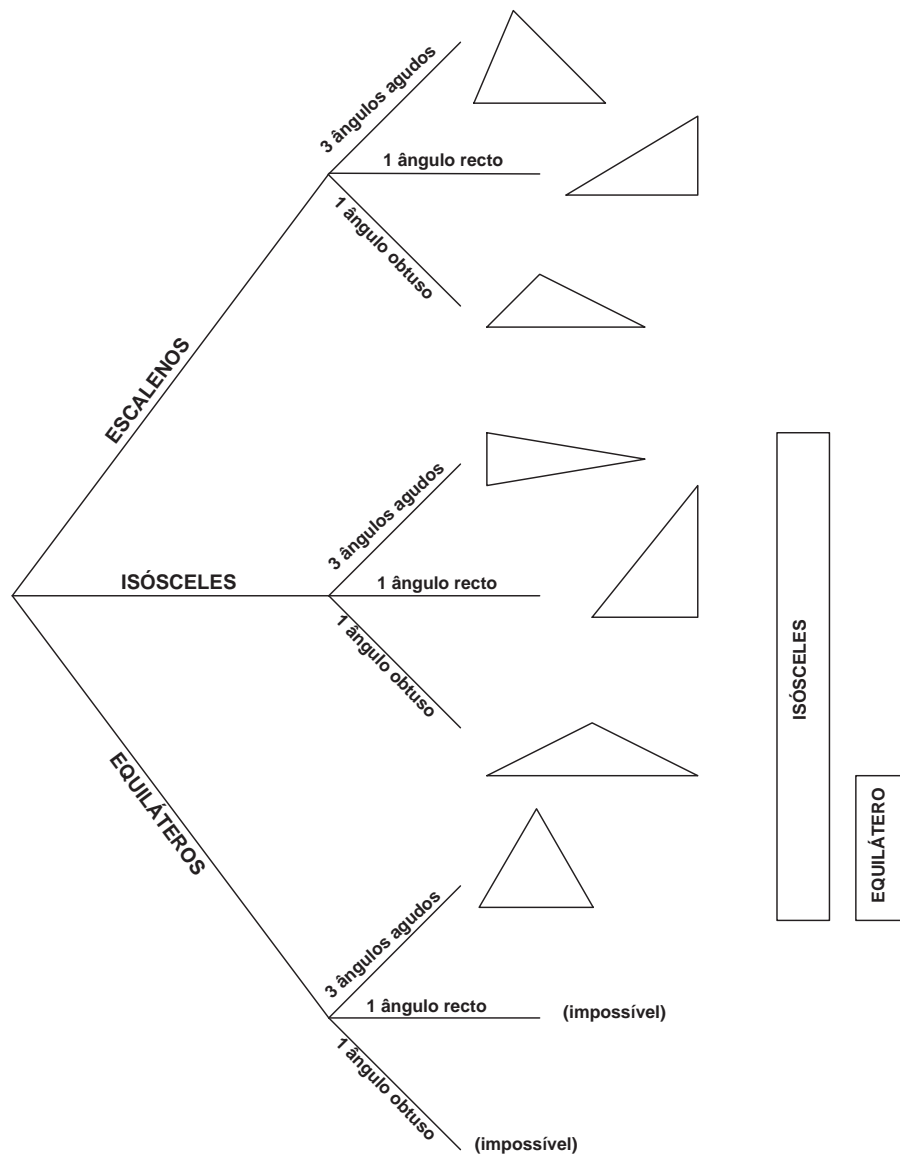
- que apresente um ângulo recto é designado **rectângulo**;
- que tenha apenas ângulos agudos denomina-se **acutângulo**;
- com um ângulo obtuso diz-se **obtusângulo**.

(b) quanto ao comprimento dos seus lados, um triângulo:

- cujos lados apresentem diferentes comprimentos é designado **escaleno**;
- que tenha dois lados com o mesmo comprimento denomina-se **isósceles**;
- com todos os lados de igual comprimento diz-se **equilátero**.

O triângulo equilátero é um caso particular do isósceles, uma vez que tem pelo dois lados isométricos.

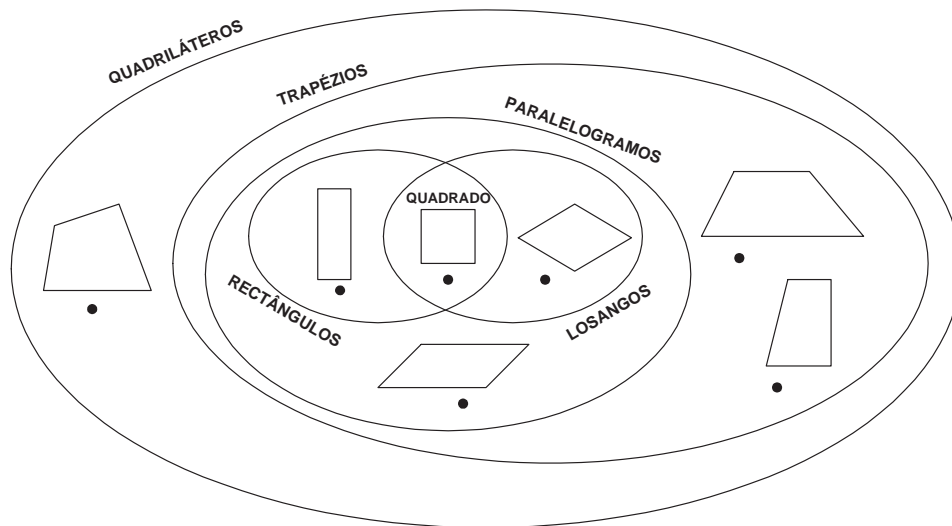
A soma das amplitudes dos ângulos de um triângulo é igual à amplitude de um ângulo raso.



Quadrilátero é um polígono de quatro lados que pode ser, ou não, convexo.

A soma das amplitudes dos ângulos de um quadrilátero é igual à amplitude de um ângulo cheio. A classificação dos quadriláteros é de tipo hierárquico, uma vez que resulta da introdução sucessiva de condições:

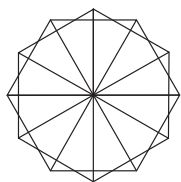
- **trapézios:** têm pelo menos dois lados paralelos;
- **paralelogramos:** têm os lados paralelos dois a dois;
- **rectângulos:** têm todos os ângulos rectos;
- **losangos:** têm os lados isométricos;
- **quadrados:** os lados isométricos e todos os ângulos rectos.



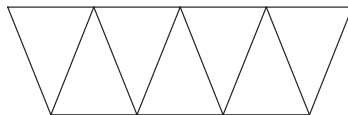
.....

Círculo é uma superfície plana limitada por uma linha fechada designada **circunferência**, de tal modo que todos os pontos desta linha são equidistantes de um ponto que designa-se **centro**. O círculo contém a circunferência, a qual constitui a sua fronteira. Ao segmento de recta que une qualquer ponto da circunferência ao seu centro denomina-se **raio**. Ao segmento de recta que bissecta o círculo designa-se **diâmetro**.

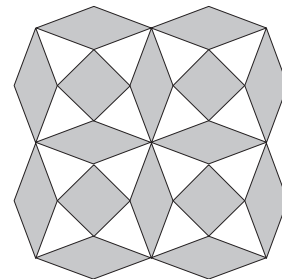
Padrão – Um padrão quer na natureza quer na arte baseia-se em três características: uma unidade, uma repetição e um sistema de organização. Os padrões no plano podem ser divididos em função da existência, ou não, de uma de uma ou mais rectas que defina direcções da repetição:



não existe recta
- Rosácea



existe exactamente
uma recta - Frisos



existe mais do que uma
recta - Papel de Parede

Pavimentação – uma cobertura do plano, sem espaços nem sobreposições, por figuras planas congruentes de um tipo ou vários tipos (figura do *papel de parede*). Exemplos familiares de pavimentações são os padrões formados por azulejos ou calcetamentos com paralelepípedos ou tijolos.

Isometria ou **movimento rígido** – Um movimento rígido preserva o tamanho e as formas das figuras. Em particular, qualquer par de pontos está igualmente afastado antes e depois do movimento, ângulos e distâncias permanecem inalterados.

Para figuras planas vamos considerar três isometrias: **reflexão**, **translação** e **rotação**.

Reflexão ou **Simetria Axial** – Uma reflexão é um movimento determinado por uma linha, chamada *linha de reflexão*, de modo que, depois do movimento, toda a parte do plano que está de cada lado da linha de reflexão passa para o outro lado, mantendo-se na mesma posição os pontos sobre a linha de reflexão. Isto implica que, para cada ponto do objecto imagem, a sua distância à linha é a mesma que a distância do seu correspondente ponto original à mesma linha.

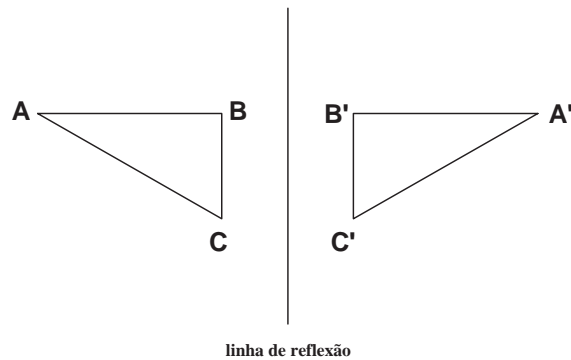


Figura 4: Uma reflexão.

Translação – É um movimento determinado pelo deslizar (sem rodar) de um objecto numa dada direcção uma certa quantidade.

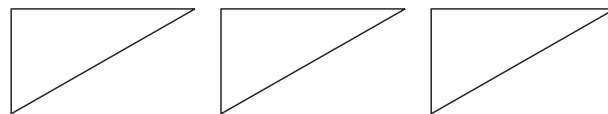


Figura 5: Duas translações.

Rotação – É um movimento determinado pelo movimento de um objecto em torno de um ponto fixo chamado **centro de rotação**, de modo que se mantenha sempre à mesma distância desse ponto. A quantidade a rodar pode ser expressa como uma fracção de uma volta completa ou em graus no sentido do movimento os ponteiros o relógio.

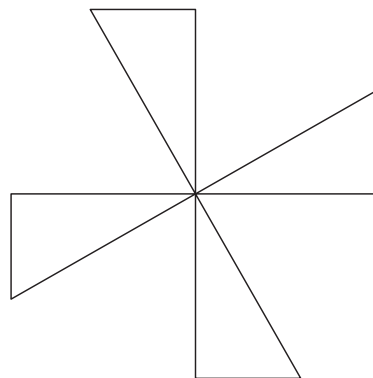


Figura 6: Rotações.

Uma figura tem **simetria** se, depois, de aplicada uma isometria, se mantém inalterada.

Uma figura tem **Simetria reflexional** ou **Simetria de reflexão** se, depois de aplicada uma reflexão, relativamente a uma certa linha de reflexão, chamada **linha de simetria**, se mantém inalterada. Assim uma figura tem linha de simetria, se essa linha de simetria a divide em duas partes congruentes (a mesma forma e o mesmo tamanho). É importante lembrar que uma figura pode ter mais que uma linha de simetria. Um rectângulo tem duas linhas de simetria, um quadrado tem quatro linhas de simetria.

Uma figura tem **Simetria rotacional** ou **Simetria de rotação** se, quando rodada menos que uma volta completa em torno do seu centro, a figura obtida coincide com a inicial (parece que não se mexeu). O paralelogramo é um objecto simétrico, porque tem simetria rotacional, pois pode ser rodado em torno do seu centro de 180° e parece que não se mexeu.

REFERÊNCIAS

Bennett, A. and Nelson, L. (1979) *Mathematics - An informal approach*. USA: Lorraine Perrotta.

Fernandes, A. (1952) *Elementos de Geometria*. Lisboa: Livraria Didáctica.

Roegiers, X. (1989). *Guide mathématique de base*. Bruxelas: De Boeck-Wesmael, s.a.