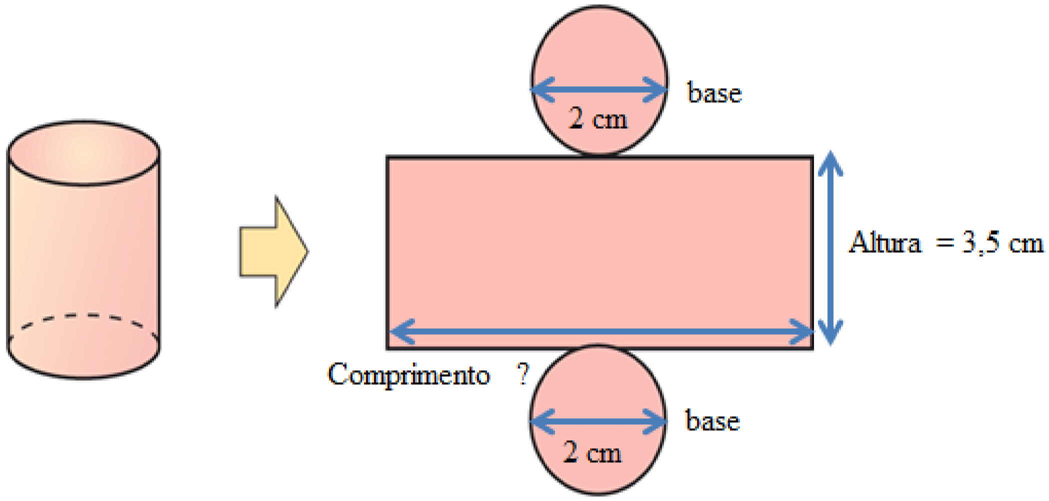
1. Círculos e cilindros

1.1. Planificação da superfície de um cilindro

Num cilindro as **bases** são círculos. O **perímetro** do círculo é igual ao comprimento da circunferência que limita o círculo.



A planificação de um cilindro é formada por:

- Um retângulo de **comprimento** igual ao perímetro da base do cilindro, e de **largura** igual à altura do cilindro;
- Dois círculos geometricamente iguais às bases do cilindro.

Exemplo:

- Altura do cilindro – 3,5 cm,
- Diâmetro da base – 2 cm.

Calcula:

a) O raio das bases.

b) O comprimento do cilindro.

a) raio = diâmetro : 2 = 2:1 = 1 cm.

b) comprimento = perímetro da base

Perímetro = π x diâmetro

= π x 2 = 3,14 x 2 = 6,28 cm

2. Números racionais

Um número racional é qualquer número que se pode representar por uma **fração.**

2.1. Quociente de dois números inteiros

O quociente de dois números inteiros pode resultar num **número inteiro**. Exemplo:

12:6 = 2

O quociente de dois números inteiros pode resultar num **número fracionário**. Exemplo:

9:6

Por sua vez, os números fracionários podem representar-se na **forma decimal**. Exemplo:

1:2 = 0,5

Existem números fracionários que não se podem representar na forma decimal. Exemplo:

5:6 = 0,833333.

2.2. Frações equivalentes

$$\frac{2}{4} \xrightarrow[:2]{:2} \frac{1}{2}$$

2/4 e 1/ 2 são frações equivalentes, e 1/ 2 é uma **fração irredutível** – significa que não se pode simplificar mais.

2.3. Multiplicação de números racionais

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$$

Regra: para multiplicar números representados por frações multiplicam-se os numeradores e multiplicam-se os denominadores.

Quando um dos números está na forma decimal:

$$\frac{1}{5} \times 0{,}3$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{50}$$

ou

$$\frac{1}{5} \times 0{,}3 = 0{,}2 \times 0{,}3 = 0{,}06$$

Regras:

Para multiplicarmos 2 números, estando 1 na forma de fração e o outro na forma decimal, representam-se os 2 números na forma de fração,

ou

representam-se os 2 números na forma decimal (quando possível) e só depois se efetua o cálculo.

Quando se multiplicam 2 números racionais, e o resultado é 1 diz-se que são **inversos** um do outro. Exemplo:

$$\frac{1}{3} \times 3 = \frac{3}{3} = 1$$

1/3 e 3 são números inversos.

2.4. Divisão de números racionais

Quando um dos números é uma fração:

$$\frac{3}{5} : 2$$

Multiplicar ambos os termos pelo **inverso do divisor** (1/2 é o inverso de 2).

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} : \left[2 \times \frac{1}{2} \right]$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} : 1 = \frac{3}{10} : 1 = \frac{3}{10}$$

3. Potências

2 x 2 x 2 x 2 x 2 é a forma abreviada de 2^4. É uma **potência** (produto de fatores) em que:

- 2 é a **base** – fator que se repete;
- 4 é o **expoente** – nº de vezes que o fator se repete.

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

É uma potência em que:

- 2/3 é a base;
- 4 é o expoente.

4. Proporcionalidade direta

Vejamos o seguinte exemplo:

O senhor Francisco tem à venda no seu estabelecimento cerejas com os seguintes preços.

Massa em kg	0,5	1,5	3
Preço (em €)	2	6	12

$$\frac{2}{0,5} = \frac{6}{1,5} = \frac{12}{3} = 4$$

O preço é diretamente proporcional à massa, sendo 4 a **constante de proporcionalidade.**

4.1. Razão de um número

Dados 2 números a e b, e b#0, a razão de a para b, escreve-se:

a:b, ou a/b

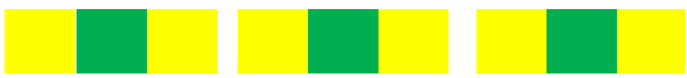
e lê-se: “**razão de a para b”**; a e b são os **termos da razão**.

- a – antecedente;
- b – consequente.

4.2. Proporções

$\frac{1}{2}$ ou 1:2

1 verde para 2 amarelos



$\frac{3}{6}$ ou 3:6

3 verdes para 6 amarelos

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

Lê-se: **"1 está para 2, assim como 3 está para 6".**

Esta expressão possui 4 **termos**:

$$\begin{array}{rcl} 1^{\circ}\text{ termo} \;—\; 1 & & 3 \;—\; 3^{\circ}\text{ termo} \\ — & = & — \\ 2^{\circ}\text{ termo} \;—\; 2 & & 6 \;—\; 4^{\circ}\text{ termo} \end{array}$$

- 2º e 3º termos são os **meios**;
- 1º e 4º termos são os **extremos**.

$$\begin{array}{rcl} \text{extremo} \;—\; 1 & & 3 \;—\; \text{meio} \\ — & = & — \\ \text{meio} \;—\; 2 & & 6 \;—\; \text{extremo} \end{array}$$

4.3. Percentagens (%)

Uma percentagem consiste numa proporção em que o **consequente** é 100. Exemplo:

$$\frac{50}{100} = 50\%$$

Exercício – aplicar uma percentagem:

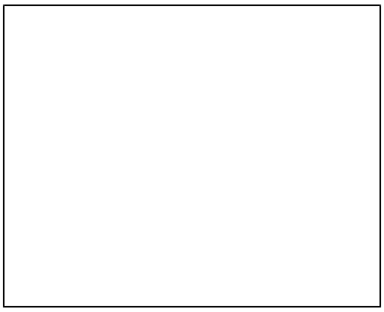
Ardeu 30% de uma floresta de 520 hectares. Quantos hectares arderam?

$$\begin{array}{lcl} 30 & —— & 100 \\ x & —— & 520 \end{array} \qquad x = \frac{30 \times 520}{100} = 156 \text{ hectares}$$

4.4. Escalas

Uma escala corresponde a uma razão entre o comprimento no desenho e o comprimento real. Os 2 comprimentos são diretamente proporcionais.

Exemplo:



O lagar de uma quinta está desenhado ao lado, à escala de 1/100. Qual o comprimento real do lagar?

Usando uma régua – comprimento 5 cm.

1 cm —— 100 cm

5 cm —— x

e

$$\frac{1}{100} = \frac{5}{x}$$

$$x = 5 \times 100$$

$$x = 500 \text{ cm} = 5 \text{ m}$$

5. Estatística

5.1. Média, mediana e moda

Tendo em conta um conjunto de números, por exemplo, as idades de um grupo de 5 amigos:

10, 8, 7, 9, 10

Calcular a **média** de idades dos 5 amigos:

Soma de todas as idades/ número total de amigos =

= (10 + 8 + 7 + 9 + 10) / 5 = 44/5 = 8,8

Ordenando as idades dos 5 amigos, por ordem crescente, vem:

7, 8, **9**, 10, 10

A **mediana** corresponde ao número central dos números quando ordenados por ordem crescente, corresponde então ao **número 9** (no caso de um conjunto de valores par, a mediana corresponde à média aritmética dos valores centrais. Por exemplo se os números 9 e 10 fossem os valores centrais, a mediana seria

$$\frac{9+10}{2} = 9{,}5$$

A **moda** de um conjunto de números corresponde ao número que aparece com mais frequência (isto é, mais vezes), neste caso é o **número 10.**

Ter em atenção que num conjunto de resultados:

- Pode haver **só** uma moda;
- Pode haver **duas ou mais** modas;
- Pode **não** haver moda.

5.2. Amplitude de um número e valores mínimo e máximo de um conjunto de valores

A amplitude de um conjunto de números corresponde ao intervalo em que variam os números. Assim no conjunto dos números referidos anteriormente, a amplitude será:

$$10 - 7 = 3$$

sendo 7 o valor mínimo e 10 o valor máximo.

5.3. Natureza dos dados recolhidos

5.3.1. Dados qualitativos

Referem-se a **qualidades**, **categorias** ou **caraterísticas** que não podem ser medidas mas que podem ser classificadas, como o estado civil de um indivíduo, marcas de automóveis, preferência musical, entre outras.

5.3.2. Dados quantitativos

Os dados quantitativos representam a informação resultante de caraterísticas suscetíveis de **serem medidas**. São dados numéricos e podem ser **discretos** (exemplos: número de revistas vendidas, número de filhos de um casal) ou **contínuos** (exemplos: peso de um produto, altura dos alunos de uma turma).

5.4. Recolha, organização e interpretação de dados

Em estatística, os dados que são recolhidos, por exemplo na realização de inquéritos, podem ser organizados e apresentados em tabelas de frequência absolutas e relativas ou em gráficos de barras ou de colunas, gráficos de caule e folhas, gráficos de pontos, gráficos circulares ou de sectores e pictogramas.

Alguns destes serão de seguida devidamente descritos.

5.4.1. Tabelas de frequências absolutas e relativas

As tabelas de frequências absolutas e relativas permitem apresentar os dados **qualitativos** e/ou os dados **quantitativos discretos.** Nestas são apresentados o número de elementos - **frequência absoluta** (número de vezes que o valor foi observado) de cada uma das categorias ou classes. Numa tabela de frequências, além das frequências absolutas, também se apresentam as **frequências relativas**, sendo:

$$\text{Frequência relativa} = \frac{\text{Frequência absoluta}}{\text{Dimensão da amostra}}$$

Exemplo:

Num inquérito realizado a 150 indivíduos, estes tiveram de assinalar o sexo - M ou F, e o estado civil - Solteiro, Casado, Viúvo ou Divorciado. Com os dados recolhidos construiu-se uma **tabela de frequências,** em que se consideraram para as **classes** as diferentes modalidades que o estado civil pode tomar:

Tabela 1 – Tabela de frequências.

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa (freq. abs. /dimensão amostra)
Solteiro	78	0.52
Casado	50	0.33
Viúvo	5	0.03
Divorciado	17	0.12
Total	150	1.0

Fonte: http://alea-estp.ine.pt/html/nocoes/html/exemplo3_1_2.html

5.4.2. Gráfico de caule e folhas

É um tipo de representação que se pode considerar entre a tabela e o gráfico, uma vez que são apresentados os verdadeiros valores da amostra, mas numa apresentação sugestiva, que faz lembrar um histograma.

Consiste em escrever do lado esquerdo de uma linha vertical o dígito (ou dígitos) da classe de maior grandeza, seguidos dos restantes. A representação obtida terá o seguinte aspeto (Figura 1):

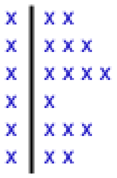


Figura 1 – Representação do gráfico de caule e folhas.
Fonte: [Adaptado de http://alea-estp.ine.pt/html/nocoes/html/cap3_2_20.html].

Exemplo:

Os dados seguintes representam as pontuações obtidas por 48 estudantes, num determinado teste. Apresente-os num gráfico de caule-e-folhas.

75 98 42 75 84 87 65 59 63 86 78 37

99 66 90 79 80 89 68 57 95 55 79 88

76 60 77 49 92 83 71 78 53 81 77 58

93 85 70 62 80 74 69 90 62 84 64 73

Como o menor e o maior dos dados anteriores são, respetivamente, 37 e 99, vamos considerar para caules o dígito das dezenas (Figura 2)

3	7
4	2 9
5	3 5 7 8 9
6	0 2 2 3 4 5 6 8 9
7	0 1 2 4 5 5 6 7 7 8 8 9 9
8	0 0 1 3 4 4 5 6 7 8 9
9	0 0 2 3 5 8 9

3|7 significa 37 pontos

Figura 2 – Representação do gráfico de caule e folhas.
Fonte: [Adaptado de http://alea-estp.ine.pt/html/nocoes/html/cap3_2_20.html].

5.4.3. Gráficos circulares

Os gráficos circulares consistem na apresentação dos dados em vários sectores circulares, tantos quanto as classes consideradas na tabela de frequências da amostra em estudo. Este tipo de representação é utilizado essencialmente para dados qualitativos.

Exemplo:

Tabela 2 - Categoria profissional dos funcionários de uma Escola Secundária.

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
AE (Auxiliar de Acção Educativa)	20	0.47
Ad (Administrativo)	12	0.29
AS (Técnico de Acção Social)	7	0.17
Op (Operário)	3	0.07
Total	42	1.0

Fonte: http://alea-estp.ine.pt/html/nocoes/html/cap3_2_40.html

Obtida a tabela de frequências absolutas e relativas, o passo seguinte é a construção de um **gráfico circular**. Nesta representação, juntamente com a identificação da categoria, indica-se a frequência relativa da respetiva classe (Figura 3).

Este tipo de gráfico permite ver com clareza qual a relação entre cada parte e o todo.

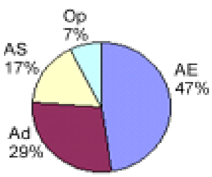
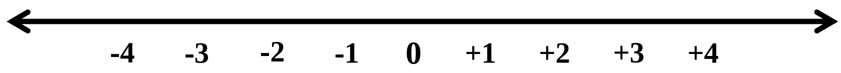


Figura 3 – Gráfico circular.
Fonte: [Adaptado de http://alea-estp.ine.pt/html/nocoes/html/cap3_2_40.html].

6. Números inteiros relativos

6.1. Números inteiros positivos e números inteiros negativos

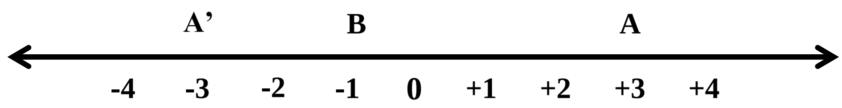


Na reta graduada, os números +1, +2 e +3 chamam-se **números inteiros positivos** – isto é, os números que se encontram à direita do 0 são números positivos.

Os números que se encontram à esquerda do 0, que no caso são os números -1 e -2 são chamados de **números inteiros negativos**.

O conjunto dos números inteiros positivos, números inteiros negativos e 0 formam os **números inteiros relativos**.

6.2. Abcissa de um ponto

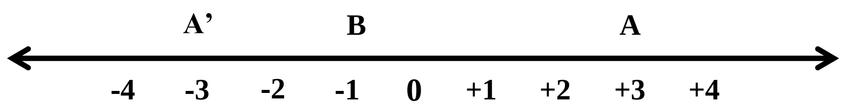


O **valor absoluto** de um número é a distância entre o ponto que corresponde a esse número e o ponto escolhido para zero. Neste caso, o valor absoluto do ponto A é 3, do ponto B é 1 e do ponto A’ é 3.

Os pontos A e A’ são **simétricos**, uma vez que estão à mesma distância de 0 (têm o mesmo valor absolutos), apresentando contudo **sinais contrários**.

Assim, pode-se afirmar que o simétrico de um número inteiro negativo é um número inteiro positivo.

6.3. Ordenação e comparação de números inteiros relativos



Nesta reta graduada, o ponto B fica depois do ponto A, logo B > A; o ponto A’ fica antes do ponto B, logo A’ < B. Ou seja:

- De dois números inteiros positivos, é **maior** o que tiver maior valor absoluto;
- De dois números inteiros negativos, é **maior** o que tiver menor numero absoluto

(ou seja, é maior o que estiver mais próximo do número 0).

É preciso também ter em conta que:

- Um número inteiro positivo é sempre **maior** do que um número inteiro negativo;
- O número 0 é **menor** que qualquer número inteiro positivo;
- O número 0 é sempre **maior** que qualquer número inteiro negativo;
- De dois números inteiros negativos, é **maior** o que tiver menor valor absoluto.

6.4. Adição de números inteiros relativos

Exemplos:

a) (+1) + (+2) = +3

Para adicionar dois números inteiros relativos com o **mesmo sinal**, adicionam-se os valores absolutos dos números e dá-se o sinal representado nas parcelas – a soma de dois números inteiros positivos é um **número positivo**.

b) (+2) + (-1) = +1

Para adicionar dois números inteiros relativos de sinais contrários, subtraem-se os valores absolutos dos números e dá-se o sinal do número de **maior valor absoluto**.

c) (-1) + (-2) = -3

A soma de dois números inteiros negativos é um **número negativo**.

6.5. Subtração de números inteiros relativos

Para subtrair dois números inteiros relativos adicionamos o aditivo com o simétrico do subtrativo. Exemplo:

$$(+7) - (+3) = (+7) + (-3) = (+4)$$

7. Triângulos e quadriláteros

7.1. Ângulos

- Agudo – amplitude entre 0 e 90º;
- Reto – amplitude de 90º;
- Obtuso – amplitude entre 90 e 180º;
- Raso – amplitude de 180º;
- Giro – amplitude de 360º (uma volta completa) (Figura 4).

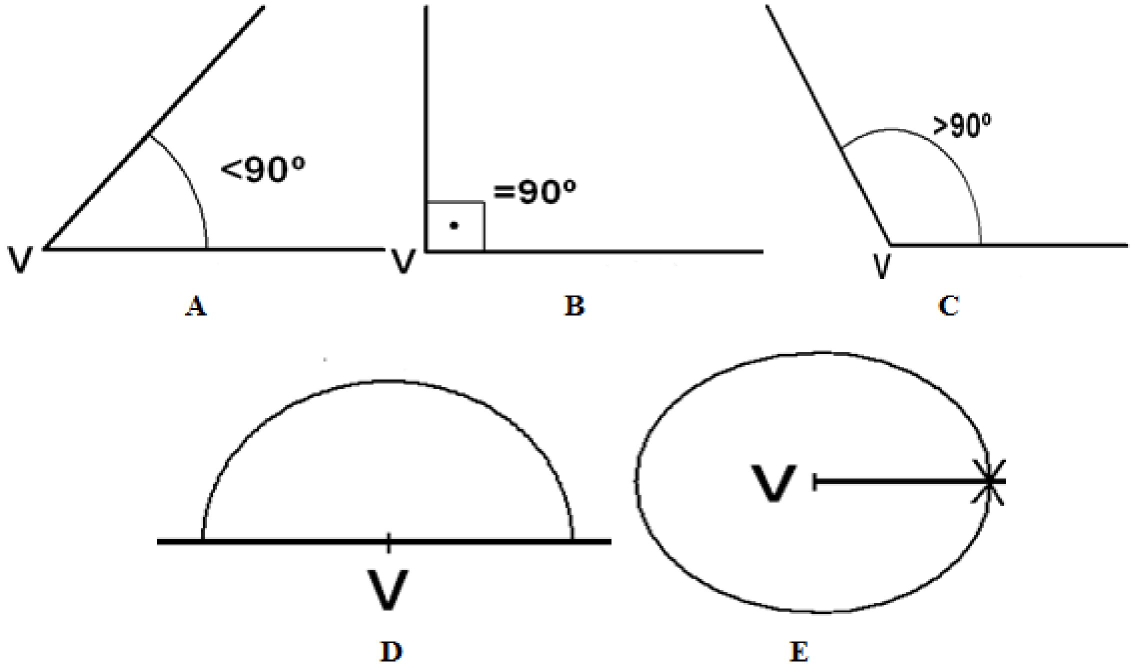


Figura 4 – Amplitude dos ângulos: **A** - agudo, **B** – reto, **C** – obtuso, **D** – raso, **E** - giro.

7.2. Triângulos

7.2.1. Classificação quanto ao comprimento dos lados

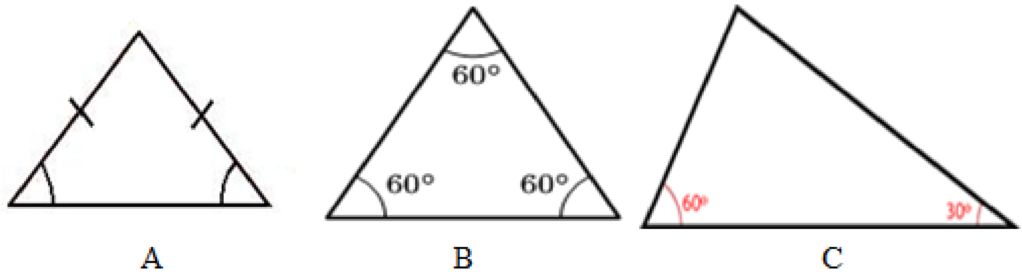


Figura 5 – Triângulos: **A** – isósceles, **B** – equilátero, **C** – escaleno.

- O triângulo **isósceles** possui 2 lados com o mesmo comprimento;
- O triângulo **equilátero** possui os 3 lados com o mesmo comprimento;
- O triângulo **escaleno** possui os 3 lados com comprimentos diferentes.

7.2.2. Classificação dos triângulos de acordo com a amplitude dos ângulos

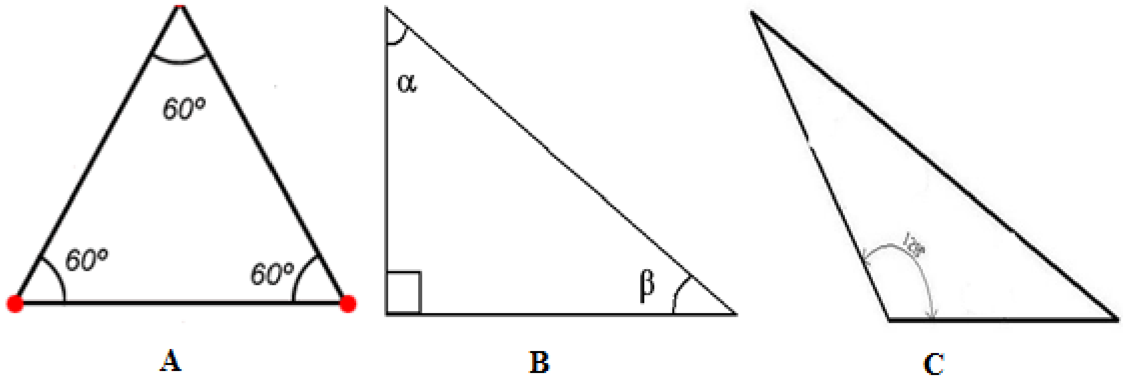


Figura 6 – Triângulos: **A** – acutângulos, **B** – retângulo, **C** – obtusângulo.

- O triângulo **acutângulo** possui 3 ângulos agudos;
- O triângulo **retângulo** possui 1 angulo reto;
- O triângulo **obtusângulo** possui um angulo obtuso.

Nota:

Ter em atenção que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é de 180º.

7.3. Quadriláteros

Os quadriláteros são polígonos de 4 lados.

7.3.1. Trapézios

Os **trapézios** são quadriláteros com pelo menos 2 lados paralelos (Figura 7):

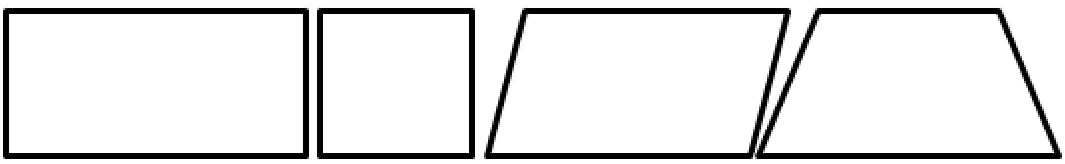


Figura 7 – Trapézios.

7.3.2. Paralelogramas

Os paralelogramas são quadriláteros com 2 lados opostos paralelos. Estes subdividem-se em **losangos** (quando todos os lados são iguais) e **retângulos** (quando todos os ângulos são retos) (Figura 8):

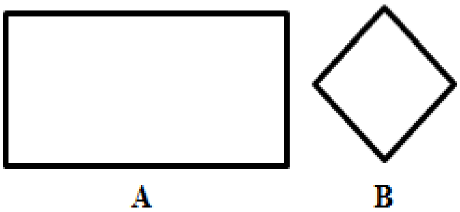
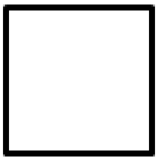


Figura 8 – Paralelogramas: **A** – retângulos, **B** – losangos.



O **quadrado** é um paralelogramas que é simultaneamente 1 losango (todos os lados iguais) e 1 retângulo (todos os ângulos retos) (Figura 9).

Figura 9 – Quadrado.

7.4. Simetria em figuras geométricas

7.4.1. Eixos de simetria em triângulos

Há figuras que **não tem** eixo de simetria (exemplo: triângulo escaleno), outras possuem **um eixo** de simetria como o triângulo isósceles, e outras possuem **vários** eixos de simetria, como o triângulo equilátero, que possui 3 (Figuras 10A, 10B e 10C).

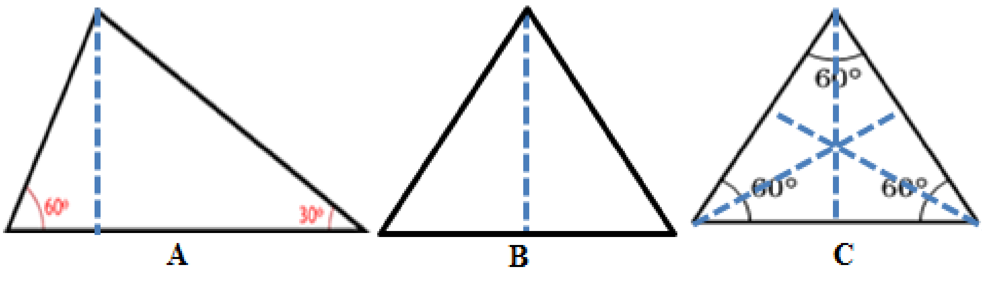


Figura 10 - Eixos de simetria em triângulos: **A** – escaleno, **B** – isósceles, **C** – equilátero.

7.4.2. Eixos de simetria em paralelogramas

Tal como se verifica nos triângulos, também existem paralelogramas sem eixos de simetria, alguns possuem somente um eixo de simetria e outros possuem vários eixos de simetria (Figura 11).

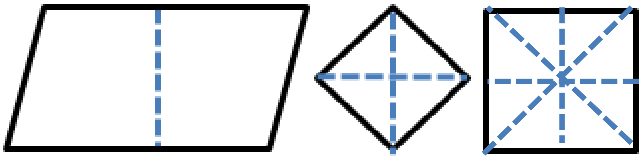
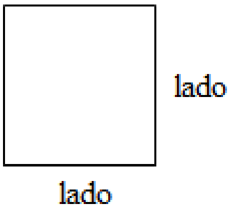


Figura 11 - Eixos de simetria em paralelogramas.

8. Perímetros, áreas e volumes

8.1. Quadrado

No quadrado, o perímetro e a área são dados pelas seguintes expressões:

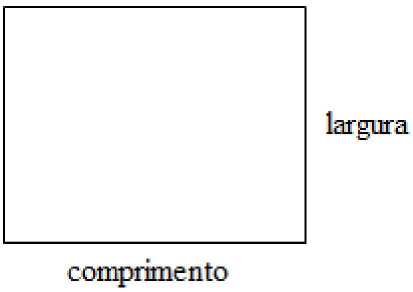


Perímetro = lado + lado + lado + lado = 4 x lado

Área do quadrado = lado x lado

8.2. Retângulo

No retângulo, o perímetro e a área são dados pelas seguintes expressões:



Perímetro:

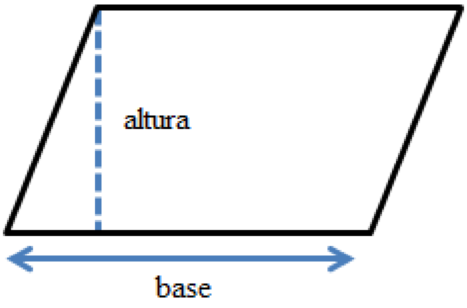
comprimento + largura + comprimento + largura

= 2 x comprimento + 2 x largura

Área = comprimento x largura

8.3. Paralelogramas

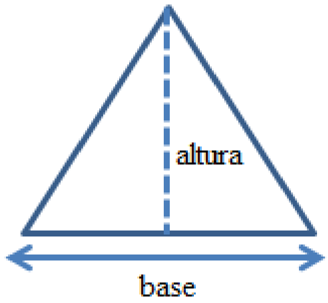
Nos paralelogramas, a área é dada pela seguinte expressão:



Área = Base x altura

8.4. Triângulo

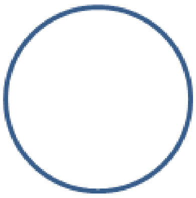
Nos triângulos, a área é dada pela seguinte expressão:



$$\text{Área} = \frac{\text{base x altura}}{2}$$

8.5. Círculo

Num círculo, o perímetro e a área são dados pelas seguintes expressões:



Perímetro = π x diâmetro

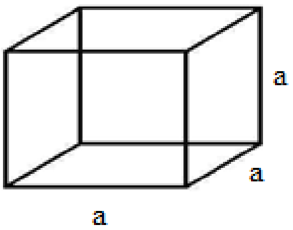
Área = π x raio^2

8.6. Volumes

O volume de um corpo corresponde à quantidade de espaço que é ocupada por esse mesmo corpo.

Sólidos com o mesmo volume designam-se por **sólidos equivalentes**.

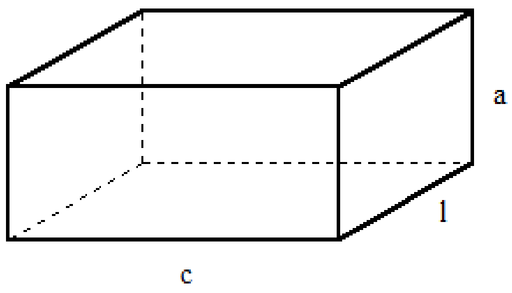
8.6.1. Volume do cubo



O volume de um cubo é dado pela seguinte expressão:

Volume = a x a x a = a^3

8.6.2. Volume do paralelepípedo



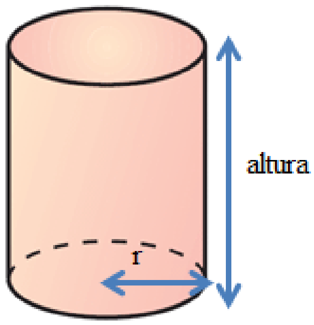
O volume de um paralelepípedo é dado pela seguinte expressão:

Volume = c x l x a

ou

V = área da base x altura

8.6.3. Volume do cilindro



O volume de um cilindro é dado pela seguinte expressão:

Volume = π x raio^2 x altura

ou

V = área da base x altura

Bibliografia:

- http://trabestatistica.paginas.sapo.pt/archive.htm
- http://www.ajudaalunos.com/matematica.html
- http://www.matematica.be/6-ano/
- http://alea-estp.ine.pt/html/nocoes/html/exemplo3_1_2.html
- http://www.slideshare.net/anaduarte/nmeros-relativos-6-ano
- http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/variaveis-na-estatistica.htm
- http://www.slideshare.net/erp1979/estatistica-20498998
- www.augusta-neves.net/files/macs10tema21.ppt
- Rosa, A. R.; Neves, L. e Vaz, N. (2005). Matemática convida – Parte 1, Lisboa Editora, Lisboa.
- Rosa, A. R.; Neves, L. e Vaz, N. (2005). Matemática convida – Parte 2, Lisboa Editora, Lisboa.